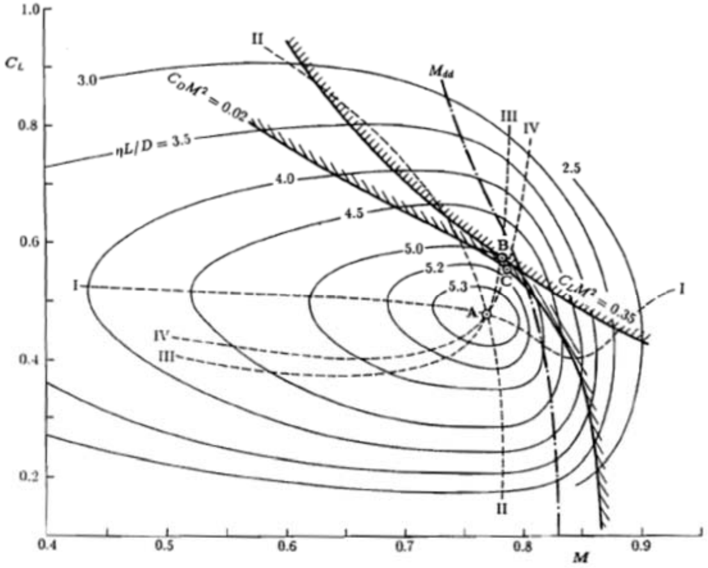


Fig. 9. Variation of the range parameter.

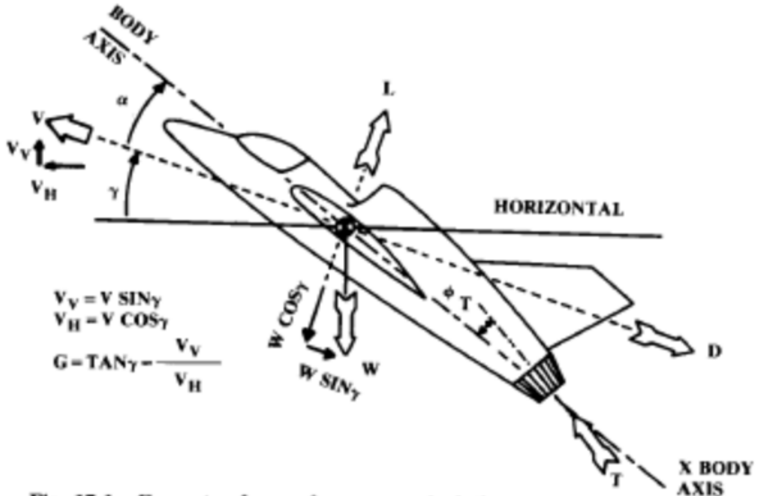


Fig. 17.1 Geometry for performance calculation.

Actuaciones Detalladas

Tema 12

$$R = \int_{W_i}^{W_f} \frac{V(L/D)}{-CW}\, dW = \frac{V}{C}\frac{L}{D} \ln\left(\frac{W_i}{W_f}\right)$$

Sergio Esteban Roncero
Departamento de Ingeniería Aeroespacial
Y Mecánica de Fluidos

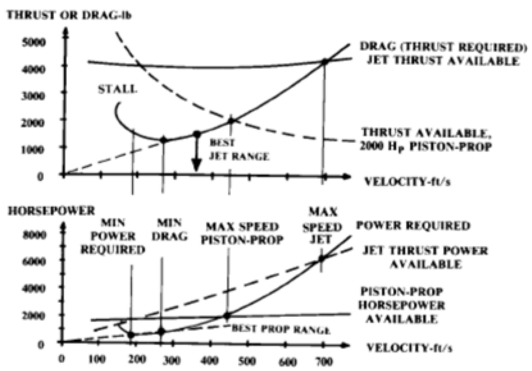


Fig. 17.2 Thrust and power.

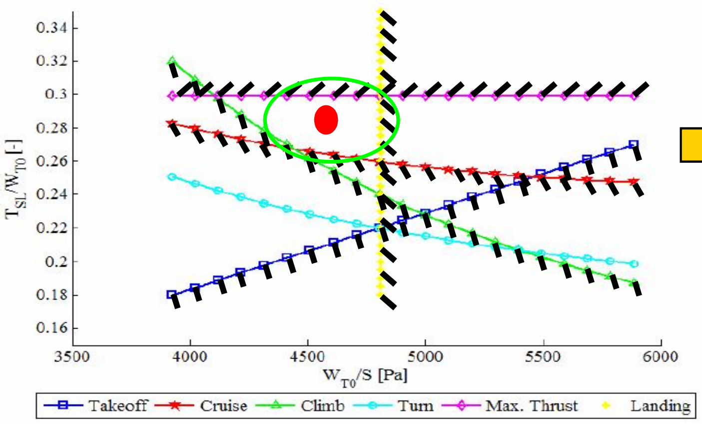
Outline

- Introducción.
- Actuaciones y Ecuaciones del Movimiento
- Segmentos de vuelo
- Vuelo rectilíneo, nivelado y constante.
- Análisis de despegue.
- Diagrama Carga de Pago-Alcance
- Bibliografía.

¿Dónde Estamos?

RFP → W/S & T/W

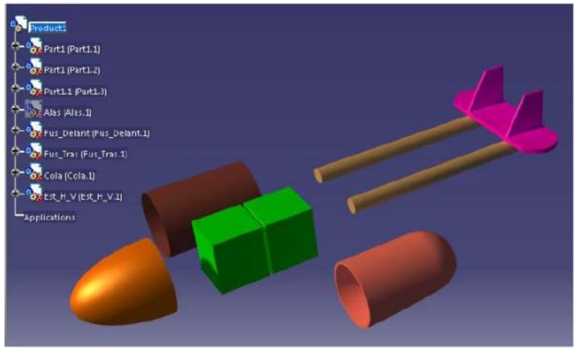
$$\frac{T_{to}}{W_0} \geq \frac{T_{to}}{T_{t_{loiter}}}\frac{W_{loiter}}{W_{to}}\left(\frac{K}{q}\frac{W_{to}}{S}\frac{W_{loiter}}{W_{to}}n^2 + \frac{C_{D_0} q}{\frac{W_{to}}{S}\frac{W_{loiter}}{W_{to}}}\right)$$



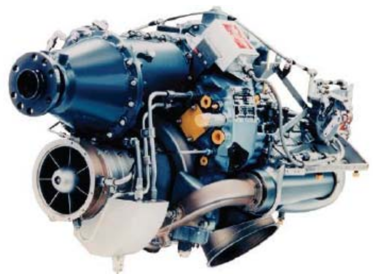
→ W/S & T/W

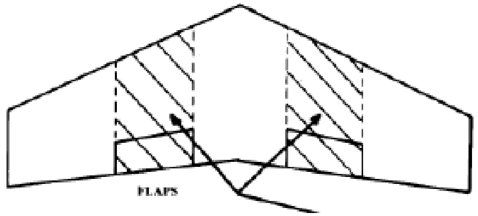
Elige

Elegidos W/S & T/W →

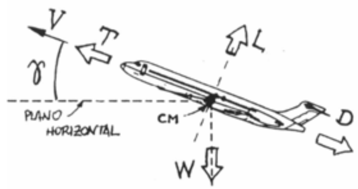


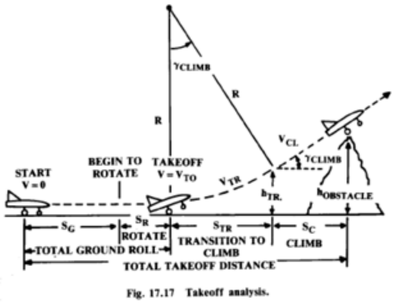
Estimación W →





Elegidos W,S,T →



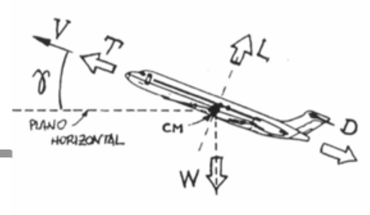


Análisis de Actuaciones

→ ¿Cumple? Requisitos RFP

Table 3.2 Historical mission segment weight fractions

	(W_i/W_{i-1})
Warmup and takeoff	0.970
Climb	0.985
Landing	0.995



Análisis de Actuaciones

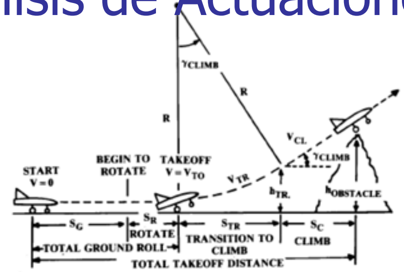
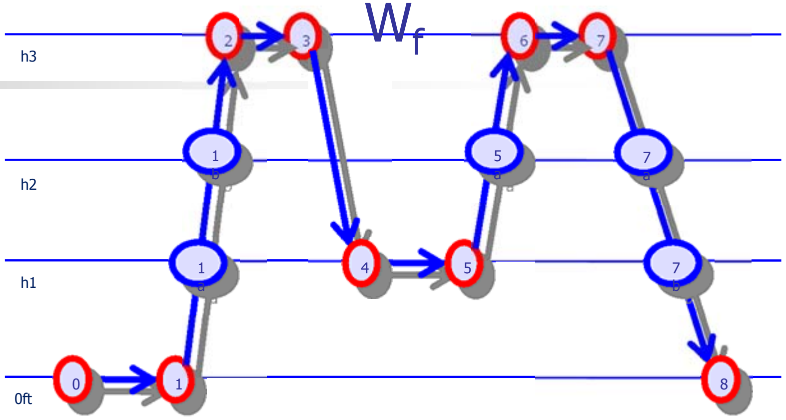
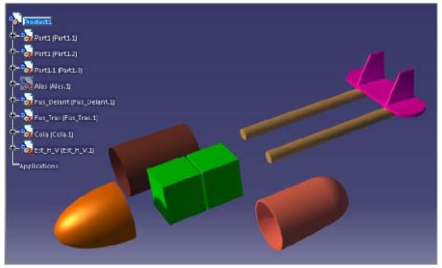


Fig. 17.17 Takeoff analysis.

Estimación Fracciones W_f





$$W_0 = W_{crew} + W_{payload} + W_{fuel} + W_{empty}$$

Estimación Fracciones W_e

Elegidos

W,S,T

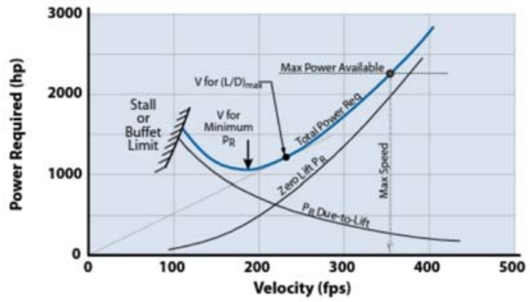


Figure 3.3 Power required for typical reciprocating-engine aircraft at constant altitude.

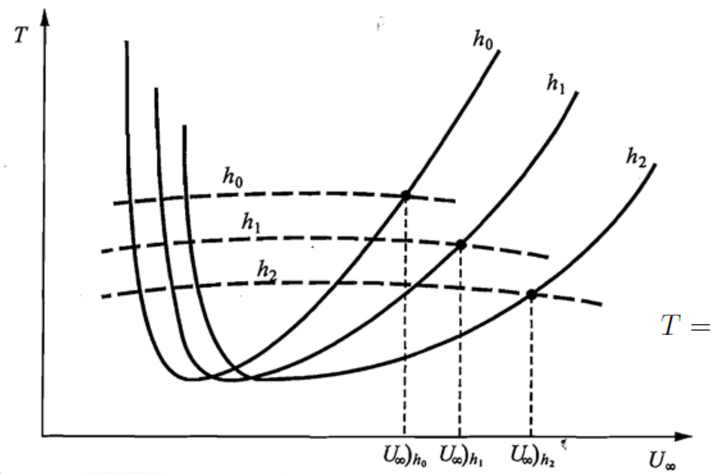
$$V_{\substack{\text{min}\\\text{power}}} = \sqrt{\frac{2W}{\rho S}}\sqrt{\frac{K}{3C_{D_0}}}$$

$$V_{\substack{\text{min thrust}\\\text{or drag}}} = \sqrt{\frac{2W}{\rho S}}\sqrt{\frac{K}{C_{D_0}}}$$

¿Cumple? Requisitos RFP

Pautas para mejorar actuaciones

- Pautas para mejorar actuaciones:
  - 1º Cálculos con mínimos del RFP.
    - Asumir que el perfil de vuelo en los segmentos de subida y descenso no recorre distancias horizontales
  - 2º Calculo de distancias reales
    - considerar las distancias horizontales recorridas en segmentos de subida y descenso, por lo que el tramo de crucero será menor
  - 3º Calcular la posición de palanca asociada para la velocidad impuesta:
    - El RFP recomienda una posición de palanca para cada segmento (como punto de partida)
    - Por lo general la recomendación de posición de palanca implica que se tiene más empuje que resistencia -> más consumo de combustible
    - Ejemplo: si en crucero se tiene más empuje que resistencia asociada a la posición de palanca lo que se hace es calcular la posición de palanca correcta
  - 4º Calcular la posición de palanca asociada para la velocidad óptimas (que serán diferentes de las impuestas en el RFP)
    - Velocidad de crucero óptimo, velocidad de subida óptima…
  - 5º Modificar la geometría del avión (Cdo,k, S, etc…) para que la posición de palanca asociada para velocidades optimas sea también óptima
    - Optimización de las actuaciones del motor elegido



$$T = \frac{P}{V}\eta_P \Rightarrow P = \delta_T P_{SL}\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M^2\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\frac{p}{p_{SL}}$$

$$T = \delta_T T_{SL}\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M^2\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\left(1{,}00-0{,}49\sqrt{M}\right)\frac{\delta}{\theta} = \delta_T T_{SL}\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M^2\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\left(1{,}00-0{,}49\sqrt{M}\right)\frac{\rho}{\rho_{SL}}$$

Pautas Actuaciones

- Diagrama de envolvente de vuelo
- Diagrama de carga de pago - alcance
- Análisis de misión completa
  - Misión base:
    - Velocidades de operación
    - Tiempos de vuelo
    - Consumos de combustible
    - Alcances
    - Carga de pago
  - Misión mejorada:
    - Variaciones en misión: carga de pago, alcance
    - Variaciones en velocidades óptimas
      - Velocidades de operación
      - Tiempos de vuelo
      - Consumos de combustible
      - Alcances

Actuaciones Integrales

Actuaciones Integrales - I

- El problema de las actuaciones integrales de un avión es el estudio del movimiento del avión entre los puntos inicial y final de su trayectoria, para una carga de combustible dada:
  - es decir, la trayectoria del avión es analizada de forma global.
- La trayectoria viene definida por la siguiente relación cinemática con respecto a un sistema inercial

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = \vec{V}_g,$$

Velocidad total (ground speed)

- Se van a considerar dos actuaciones integrales concretas, en vuelo simétrico, horizontal, rectilíneo y con el aire en calma ($V_g = V$):
  - **Alcance: distancia recorrida respecto a tierra.**
  - **Autonomía: tiempo que la aeronave se mantiene en vuelo.**
- Las ecuaciones del movimiento son $\boldsymbol{L = W}$ **y** $\boldsymbol{D = T}$, ecuaciones en las que se desprecian las fuerzas de inercia debidas a las variaciones de V con el tiempo, caso de haberlas.

Actuaciones Integrales - II

- El peso del avión en un instante dado puede escribirse de la siguiente forma:

$$W(t) = W_S + W_F(t),$$

  - W_S es el peso fijo (estructura, tripulación, etc.)
  - $W_F(t)$ es el peso de combustible en dicho instante.
- El peso total disminuye con el tiempo debido al consumo de combustible.
- El parámetro que define el consumo del motor es el consumo específico, c_E, viene dado por:

$$\dot{W} = -CT$$

  - definido para un turbojet:
    - peso de combustible consumido por unidad de tiempo y por unidad de empuje suministrado.

$$c_E = \frac{1}{T}\left(-\frac{dW_F}{dt}\right)$$

  - definido para aviones propulsados por hélice con motor alternativo:
    - peso de combustible consumido por unidad de tiempo y por unidad de potencia generada.

$$\dot{W} = -CT$$

$$C = C_{\text{power}}\frac{V}{\eta_p} = C_{\text{bhp}}\frac{V}{550\ \eta_p}$$

$$T = P\eta_p/V = 550\ \text{bhp}\ \eta_p/V$$

Actuaciones Integrales - III

- Las ecuaciones que describen la variación de la distancia recorrida y del peso del avión con el tiempo son:

Variación de la distancia recorrida y del peso con el tiempo

$$\frac{dx}{dt} = V, \qquad \frac{dW}{dt} = -c_E T,$$

Se toma el peso del avión como variable independiente

$$\frac{dx}{dW} = -\frac{V}{c_E T}, \qquad \frac{dt}{dW} = -\frac{1}{c_E T}.$$

Integran entre peso inicial y final

Alcance

$$x_A = -\int_{W_i}^{W_f} \frac{V}{c_E} E \frac{dW}{W},$$

$$t_A = -\int_{W_i}^{W_f} \frac{1}{c_E} E \frac{dW}{W},$$

Autonomía

- La definición de eficiencia aerodinámica se tiene cuenta.
  - cuanto menor sea c_E y cuanto mayor sea la eficiencia aerodinámica, mayores serán el alcance y la autonomía.
- Para calcular las integrales es necesario especificar un programa de vuelo (*ley de pilotaje*), en el que se defina la variación de las variables V, E y c_E con W.
- Un ejemplo sencillo consiste en:
  - considerar c_E constante
  - volar a Angulo de ataque constante
    - en tal caso hay que variar el empuje durante el vuelo.

Range and Endurance - I

Diferentes Leyes de Pilotaje

- Range Equation & Endurance

$$\frac{dR}{dW}=\frac{V}{-CT}=\frac{V}{-CD}=\frac{V(L/D)}{-CW}$$

$$\frac{dE}{dW}=-\frac{1}{CT}=\frac{1}{-CW}\left(\frac{L}{D}\right)$$

- For constant altitude (ρ) and lift coefficient (C_L):

$$Range=\frac{1}{c}\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{\rho S}}\frac{\sqrt{C_L}}{C_D}\left(\sqrt{W_o}-\sqrt{W_1}\right)$$

$$Endurance=\frac{1}{c}\frac{C_L}{C_D}\ln\frac{W_o}{W_1}$$

- For constant velocity (V) and lift coefficient (C_L):

$$Range=\frac{V}{c}\frac{C_L}{C_D}\ln\frac{W_o}{W_1}$$

$$Endurance=\frac{1}{c}\frac{C_L}{C_D}\ln\frac{W_o}{W_1}$$

- For constant speed (V) and constant altitude (ρ) :

$$Range=\frac{V}{c\sqrt{kC_{D_o}}}\left[\tan^{-1}\frac{\sqrt{k}}{\frac{1}{2}\rho V^2 S\sqrt{C_{D_o}}}W_o-\tan^{-1}\frac{\sqrt{k}}{\frac{1}{2}\rho V^2 S\sqrt{C_{D_o}}}W_1\right]$$

$$Endurance=\frac{1}{c}\frac{1}{\sqrt{kC_{D_o}}}\tan^{-1}\left[\frac{1}{\frac{2}{\left(1-W_1/W_o\right)}-1}\right]$$

Range and Endurance - II

Diferentes Leyes de Pilotaje

- For constant velocity (V) and lift coefficient (C_L):

$$Range = \frac{V}{c}\frac{C_L}{C_D}\ln\frac{W_o}{W_1}$$

$$Endurance = \frac{1}{c}\frac{C_L}{C_D}\ln\frac{W_o}{W_1}$$

- Range and Endurance for Prop-airplanes

Imperial Units

$$C = C_{\text{power}}\frac{V}{\eta_p} = C_{\text{bhp}}\frac{V}{550\ \eta_p}$$

$$R = \int_{W_i}^{W_f}\frac{V(L/D)}{-CW}dW = \frac{V}{C}\frac{L}{D}\ell n\left(\frac{W_i}{W_f}\right)$$

$$R = \frac{\eta_p}{C_{\text{power}}}\frac{L}{D}\ell n\left(\frac{W_i}{W_f}\right) = \frac{550\eta_p}{C_{\text{bhp}}}\frac{L}{D}\ell n\left(\frac{W_i}{W_f}\right)$$

$$C = C_{\text{power}}\frac{V}{\eta_p} = C_{\text{bhp}}\frac{V}{550\ \eta_p}$$

$$E = \int_{W_i}^{W_f}\frac{1}{-CT}dW = \int_{W_f}^{W_i}\frac{1}{CW}\left(\frac{L}{D}\right)dW = \left(\frac{L}{D}\right)\left(\frac{1}{C}\right)\ell n\left(\frac{W_i}{W_f}\right)$$

$$E = \left(\frac{L}{D}\right)\left(\frac{\eta_p}{C_{\text{power}}V}\right)\ell n\left(\frac{W_i}{W_f}\right) = \left(\frac{L}{D}\right)\left(\frac{550\eta_p}{C_{\text{bhp}}V}\right)\ell n\left(\frac{W_i}{W_f}\right)$$

Actuaciones Integrales – Autonomía - I

- Autonomía en vuelo con ángulo de ataque constante:
  - La condición de vuelo α = *const* equivale a C_L = *const*
  - C_L = *const equivale a* tiene C_D = *const*
  - E = *const*.
  - Se supone además c_E = *const*.

$$C_L = C_{L_0} + \frac{\partial C_L}{\partial \alpha}\alpha$$

$$C_D = C_{D_0} + kC_L^2,$$

$$E = \frac{C_L}{C_D}$$

- La autonomía viene dada por

$$t_A = -\frac{1}{c_E}E\int_{W_i}^{W_f}\frac{dW}{W} = \frac{1}{c_E}E\ln\frac{W_i}{W_f}, \quad \Longleftrightarrow \quad t_A = \frac{1}{c_E}E\ln(1+\frac{W_F}{W_S}),$$

Peso combustible

Peso total

- Interesa que c_E sea pequeño, E grande y W_F/W_S grande;
- ρ no influye.
- El ángulo de ataque que maximiza la autonomía es el que maximiza la eficiencia aerodinámica, esto es, el que corresponde a C_{Lopt}

$$t_{A_{max}} = \frac{1}{c_E}E_{max}\ln(1+\frac{W_F}{W_S}).$$

Actuaciones Integrales – Autonomía - II

Optimizando para Jet – mínimo empuje

$$\frac{dE}{dW} = -\frac{1}{CT} = \frac{1}{-CW}\left(\frac{L}{D}\right) \quad \Rightarrow \quad E = \int_{W_i}^{W_f} \frac{1}{-CT}\,dW = \int_{W_f}^{W_i} \frac{1}{CW}\left(\frac{L}{D}\right)dW = \left(\frac{L}{D}\right)\left(\frac{1}{C}\right)\ln\left(\frac{W_i}{W_f}\right)$$

$$\frac{T}{W} = \frac{1}{L/D} = \frac{qC_{D0}}{(W/S)} + \left(\frac{W}{S}\right)\frac{K}{q} \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial(T/W)}{\partial V} = \frac{\rho V C_{D0}}{W/S} - \frac{W}{S}\frac{2K}{\frac{1}{2}\rho V^3} = 0$$

$$V_{\substack{\text{min thrust}\\ \text{or drag}}} = \sqrt{\frac{2W}{\rho S}\sqrt{\frac{K}{C_{D0}}}} \qquad C_{L_{\substack{\text{min thrust}\\ \text{or drag}}}} = \sqrt{\frac{C_{D0}}{K}} \qquad D_{\substack{\text{min thrust}\\ \text{or drag}}} = qS\left[C_{D0} + K\left(\sqrt{\frac{C_{D0}}{K}}\right)^2\right] = qS(C_{D0} + C_{D0})$$

Actuaciones Integrales – Autonomía - II

Optimizando para Motor/Hélice – mínima potencia

$$C = C_{\text{power}} \frac{V}{\eta_p} = C_{\text{bhp}} \frac{V}{550 \ \eta_p}$$

$$E = \int_{W_i}^{W_f} \frac{1}{-CT} dW = \int_{W_f}^{W_i} \frac{1}{CW} \left(\frac{L}{D}\right) dW = \left(\frac{L}{D}\right)\left(\frac{1}{C}\right) \ell n \left(\frac{W_i}{W_f}\right)$$

$$E = \left(\frac{L}{D}\right)\left(\frac{\eta_p}{C_{\text{power}} V}\right) \ell n \left(\frac{W_i}{W_f}\right) = \left(\frac{L}{D}\right)\left(\frac{550\eta_p}{C_{\text{bhp}} V}\right) \ell n \left(\frac{W_i}{W_f}\right)$$

$$\frac{\partial}{\partial V}\left(\frac{L}{DV}\right) = \frac{\partial}{\partial V}\left[\frac{2W/\rho V^3 S}{C_{D_0} + (4KW^2/\rho^2 V^4 S^2)}\right] = 0$$

$$V = \sqrt{\frac{2W}{\rho S}\sqrt{\frac{K}{3C_{D_0}}}}$$

$$E = \int_{W_1}^{W_0} \frac{\eta_{pr}}{c} \sqrt{\frac{\rho_\infty S C_L}{2W}} \frac{C_L}{C_D} \frac{dW_f}{W}$$

$$E = \frac{\eta_{pr}}{c} \sqrt{2\rho_\infty S} \frac{C_L^{3/2}}{C_D} \left(W_1^{-1/2} - W_0^{-1/2}\right)$$

$$V_{\substack{\text{min}\\ \text{power}}} = \sqrt{\frac{2W}{\rho S}\sqrt{\frac{K}{3C_{D_0}}}} \qquad D_{\substack{\text{min}\\ \text{power}}} = qS(C_{D_0} + 3C_{D_0}) \qquad C_{L_{\substack{\text{min}\\ \text{power}}}} = \sqrt{\frac{3C_{D_0}}{K}}$$

Actuaciones Integrales – Autonomía – III Motores Hélice

$$E = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{dW}{cP_{eje}} = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{\eta}{c}\frac{dW}{TU_\infty} = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{\eta}{c}\frac{W}{T}\frac{1}{U_\infty}\frac{dW}{W},$$

Introduciendo la sustentación como parámetro

$$E = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{\eta}{c}\frac{c_L}{c_D}\frac{1}{\sqrt{\frac{W}{\frac{1}{2}\rho S c_L}}}\frac{dW}{W} = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{\eta}{c}\frac{c_L^{\frac{3}{2}}}{c_D}\sqrt{\frac{\rho S}{2}}\frac{dW}{W^{3/2}}, \qquad E = \frac{\eta}{c}\frac{c_L^{\frac{3}{2}}}{c_D}\sqrt{2\rho S}\left(\frac{1}{\sqrt{W_1}} - \frac{1}{\sqrt{W_0}}\right),$$

- se maximiza la eficiencia de la hélice η
- se minimiza el consumo específico
- se maximiza la carga inicial de combustible aumentando $\frac{1}{\sqrt{W_1}} - \frac{1}{\sqrt{W_0}}$
- se vuela maximizando $\frac{c_L^{\frac{3}{2}}}{c_D}$
- Se vuela lo más bajo posible para que la densidad sea máxima

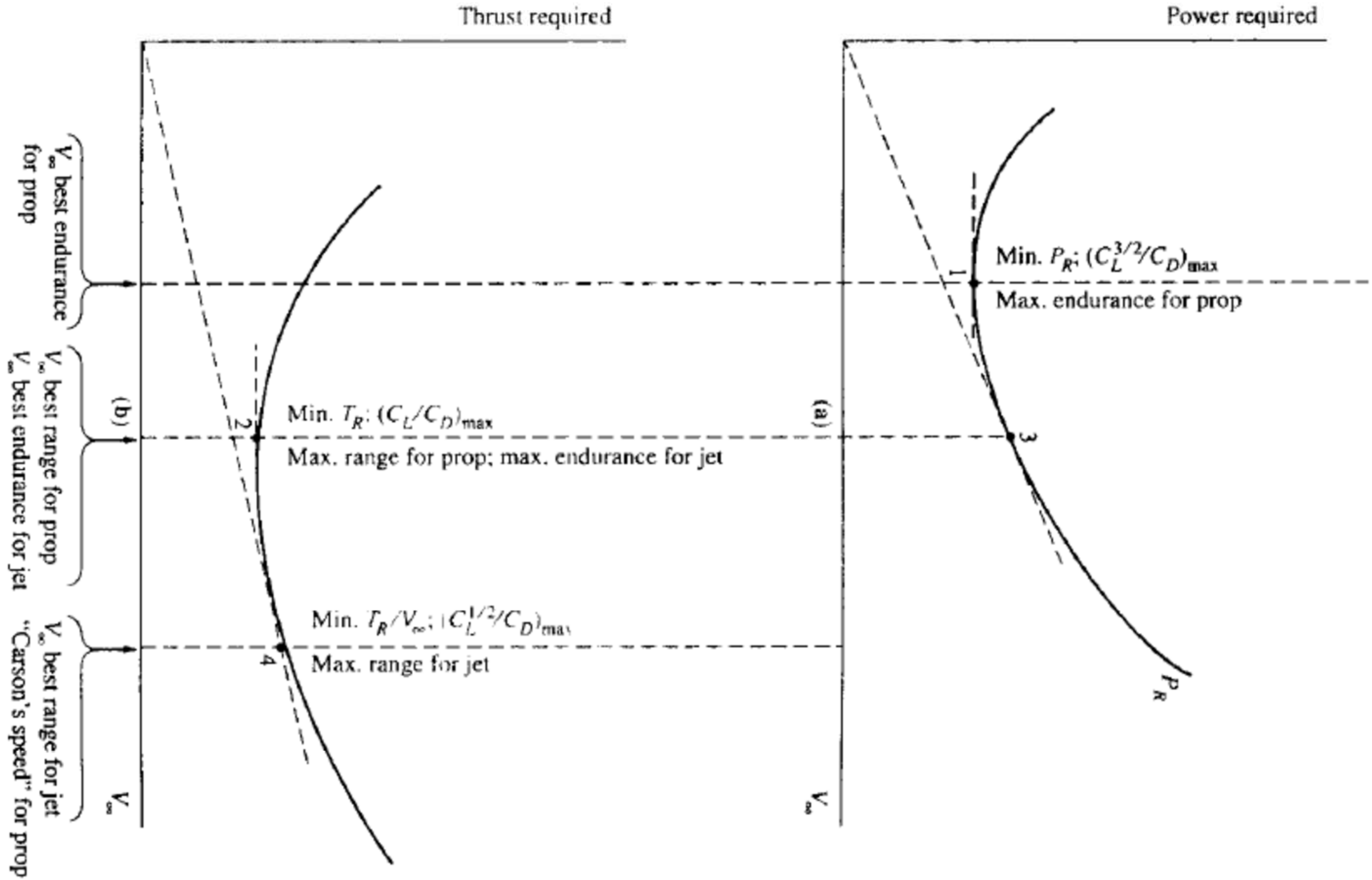


Figure 5.47 Graphical summary of conditions for maximum range and endurance.

Optimization: Range & Endurance

Max E- Jet

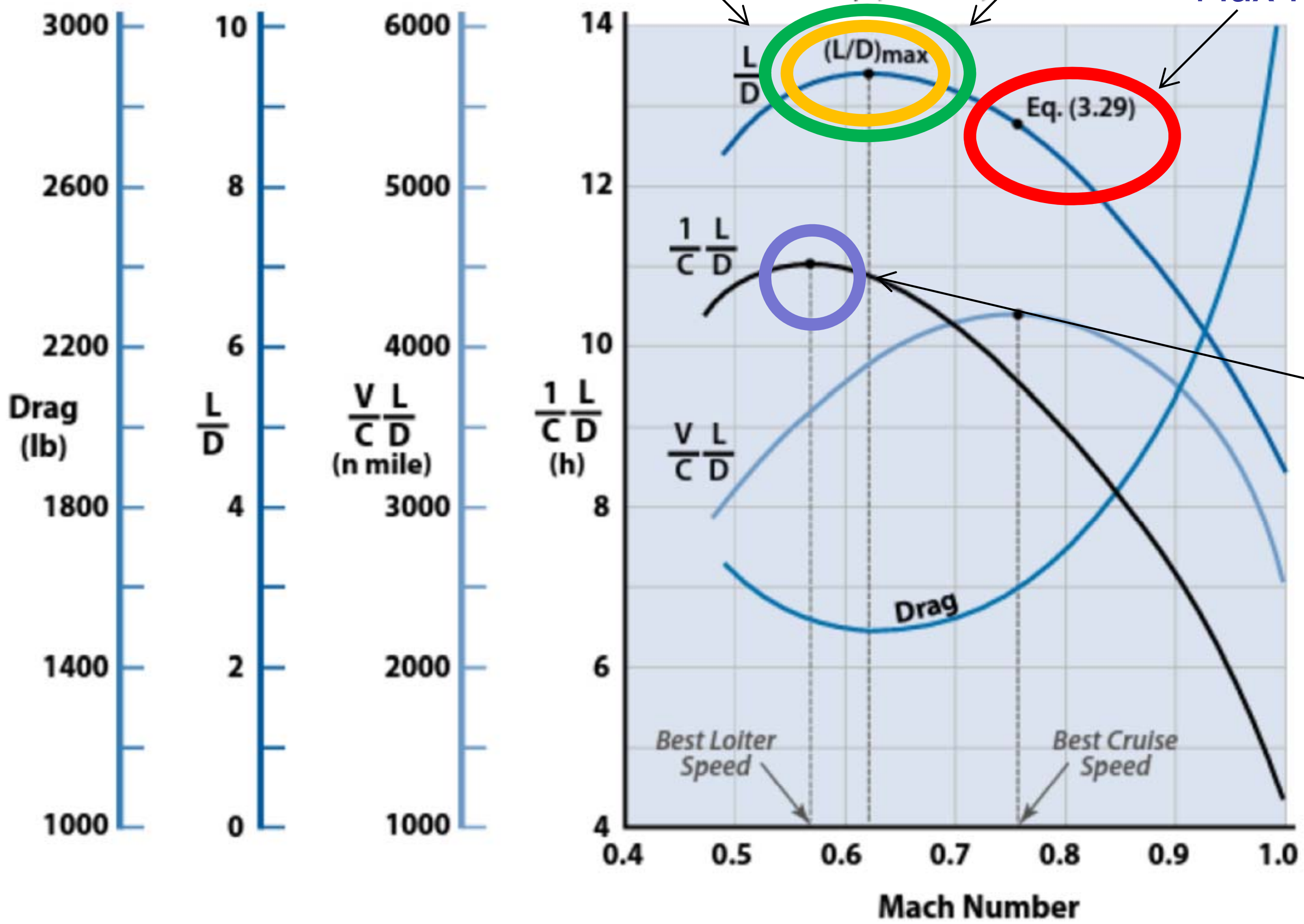
Max R - Prop

$(L/D)_{max} = 1/\left(2\sqrt{C_{D_0}K}\right)$

Max R - Jet

L/D for maximum $\left(C_L/C_D^{3/2}\right)$

$L/D = 0.943\left(L/D\right)_{max}$



Max E- Prop

$$C_{L_{\substack{\text{min}\\ \text{power}}}} = \sqrt{\frac{3C_{D_0}}{K}}$$

$$D_{\substack{\text{min}\\ \text{power}}} = qS(C_{D_0} + 3C_{D_0})$$

Figure 3.7 Cruise and loiter performance of composite lightweight fighter at 36,000 ft and W/S_{ref} = 40 psf (see Table 3.1).

Table 3.2 Values of C_L for Maximum Range and Endurance

Uncambered Wing			
Mission	**Condition**	**Maximize**	**Value of C_L[a]**
Range—jet	Constant altitude	$C_L^{1/2}/C_D$	$\sqrt{C_{D_0}/3K}$
Range—jet	Constant throttle	$C_L/C_D^{3/2}$	$\sqrt{C_{D_0}/2K}$
Range—propeller	Constant altitude	C_L/C_D	$\sqrt{C_{D_0}/K}$
Range—sailplane	Minimum glide angle	C_L/C_D	$\sqrt{C_{D_0}/K}$
Endurance—sailplane	Minimum rate of sink	$C_L^{3/2}/C_D$	$\sqrt{3C_{D_0}/K}$
Endurance—propeller	Minimum power required	$C_L^{3/2}/C_D$	$\sqrt{3C_{D_0}/K}$
Endurance—jet	Minimum thrust required	C_L/C_D	$\sqrt{C_{D_0}/K}$
	Use $C_D = C_{D_0}+KC_L^2$ to find L/D or C_L/C_D and $(L/D)_{max} = 1/(2\sqrt{C_{D_0}/K})$		
Maximum jet range, constant throttle	$\frac{L}{D} = \frac{\sqrt{C_{D_0}/2K}}{C_{D_0}+KC_{D_0}/2K} = \sqrt{\frac{2}{9C_{D_0}K}} = \sqrt{\frac{8}{9}}(L/D)_{max} = 0.943(L/D)_{max}$		
Maximum jet range, constant altitude	$\frac{L}{D} = \frac{\sqrt{C_{D_0}/3K}}{C_{D_0}+KC_{D_0}/3K} = \sqrt{\frac{9}{48C_{D_0}K}} = \sqrt{\frac{3}{4}}(L/D)_{max} = 0.866(L/D)_{max}$		
Maximum propeller endurance	$\frac{L}{D} = \frac{\sqrt{3C_{D_0}/K}}{C_{D_0}+K3C_{D_0}/K} = \sqrt{\frac{3}{16C_{D_0}K}} = \sqrt{\frac{3}{4}}(L/D)_{max} = 0.866(L/D)_{max}$		

[a]Fly at prescribed C_L for max range and endurance! Use value of C_L to size wing for the range or endurance phase of the mission.

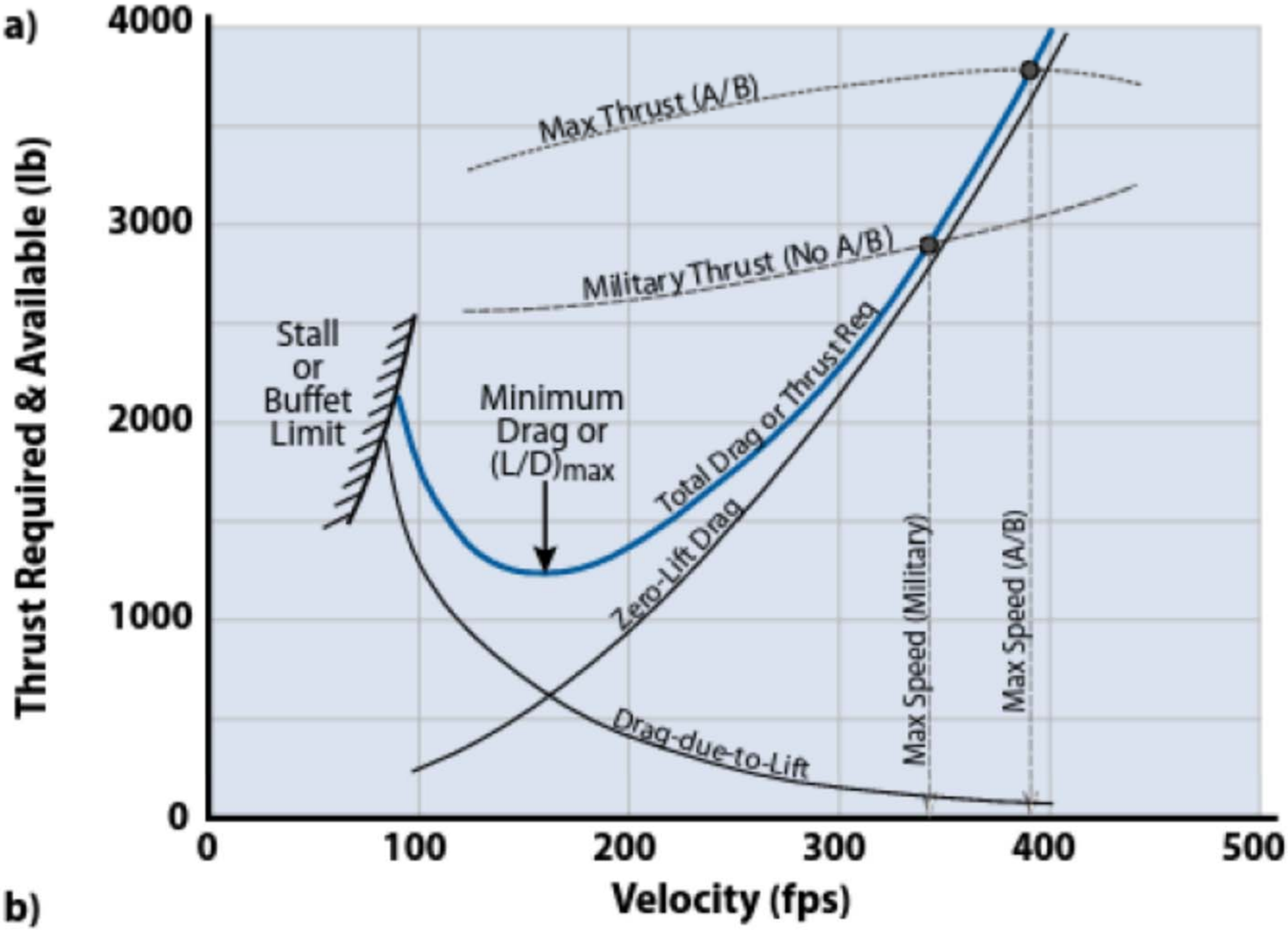
Cambered Wing		
Use $C_D = C_{D_0} + K'C_L^2 + K''\left(C_L - C_{\ell_{mn}}\right)^2$		
$A = C_{D_{mn}} + K''C_{\ell_{mn}}{}^2$	$B = K''C_{\ell_{mn}}$	$K = K' + K''$
Mission	**Condition**	**Value of C_L[a]**
Range—Jet	Constant Altitude	$\sqrt{A/3K} - B/3K$
Range—Jet	Constant Throttle	$\sqrt{A/2K} - B/2K$
Range—Prop	Constant Altitude	$\sqrt{A/K}$
Range—Sailplane	Minimum Glide Angle	$\sqrt{A/K}$
Endurance—Sailplane	Minimum Rate of Sink	$\sqrt{3A/K} - B/K$
Endurance—Prop	Minimum Power Required	$\sqrt{3A/K} - B/K$
Endurance—Jet	Minimum Thrust Required	$\sqrt{A/K}$

[a]Fly at prescribed C_L for max range and endurance! Use value of C_L to size wing for the range or endurance phase of the mission.

$$
\begin{aligned}
C_D &= C_{D_{min}} + K\left(C_L - C_{L_{min-drag}}\right)^2 \\
&= C_{D_{min}} + KC_{L_{min-drag}}^2 + KC_L^2 - 2KC_LC_{L_{min-drag}} \\
&= C_{D_0} + k_1C_L^2 - k_2C_L
\end{aligned}
\Rightarrow
\begin{aligned}
C_{D_0} &= C_{D_{min}} + KC_{L_{min-drag}}^2 \\
k_1 &= K \\
k_2 &= 2KC_LC_{L_{min-drag}}
\end{aligned}
$$

Empuje vs. V

a)



b)

Potencia vs. V

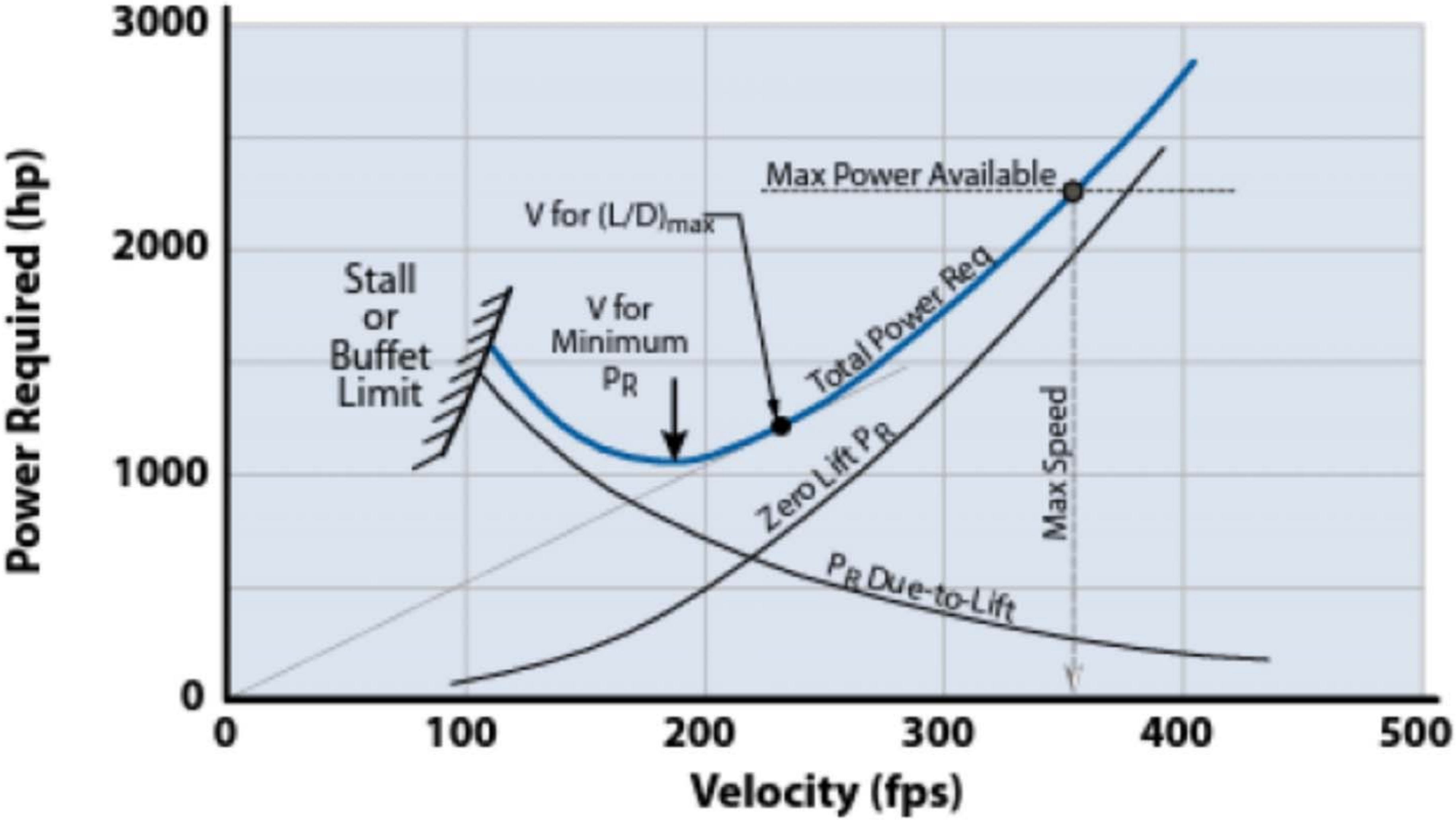


Figure 3.3 Power required for typical reciprocating-engine aircraft at constant altitude.

Vuelo Acelerado
Despegue y Aterrizaje

Análisis de Despegue - I

- En necesario incluir un análisis mucho más detallado a las maniobras de despegue y aterrizaje para saber si la configuración elegida es capaz de satisfacer los requisitos de despegue y aterrizaje.
- Se establecen una serie de etapas que definen en mayor detalle las partes del despegue.
  - Rodadura:
    - Nivelada
    - Rotación
  - Transición hasta llegar al ángulo de ascenso
  - Ascensión
- **3 métodos alternativos**

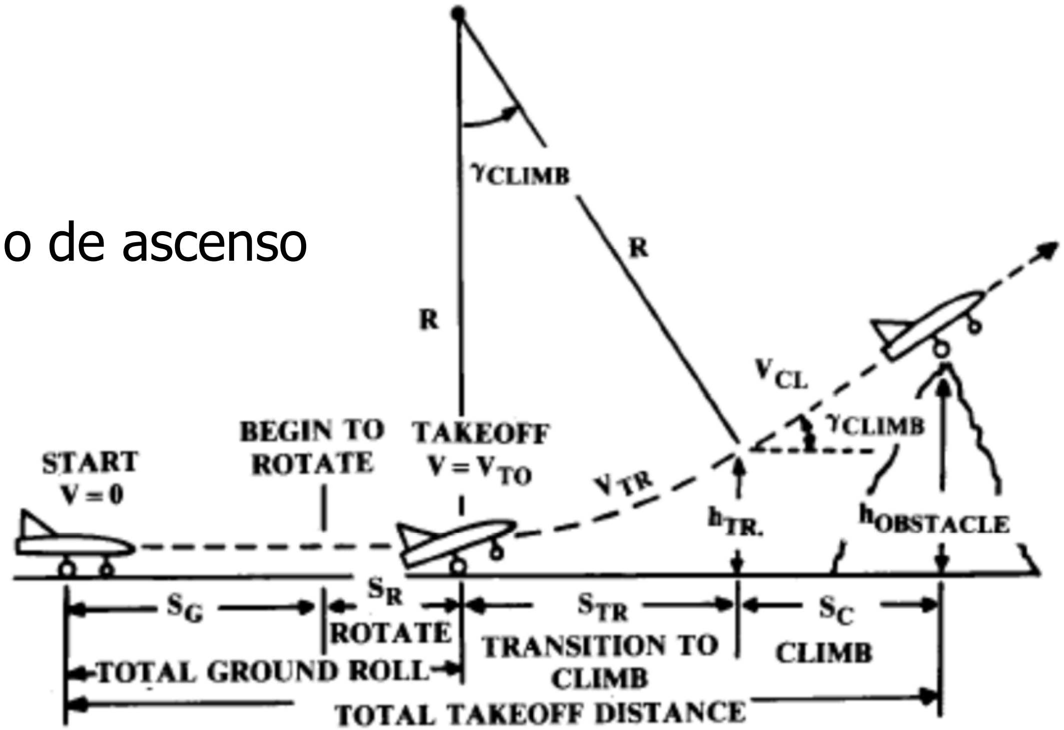
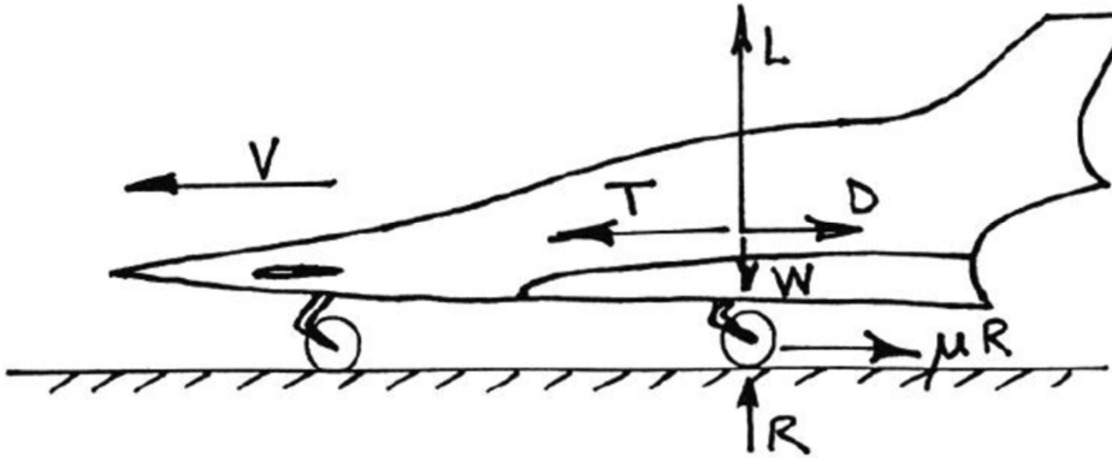


Fig. 17.17 Takeoff analysis.

Despegue – Método Alternativo 1 - I



Vertical Forces

$$\mathbf{L + R - W = 0} \Rightarrow \mathbf{R = W - L}$$

Horizontal Forces

$$T - D - \mu R = m dV/dt. \Rightarrow T - D - \mu(W - L) = \frac{W}{g}\frac{dV}{dt}$$

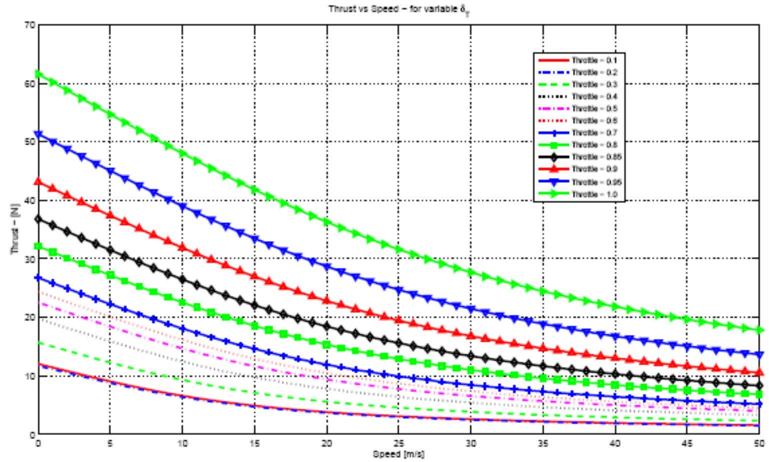
$$g\left(\frac{T}{W} - \mu\right) - \frac{g}{W}(D - \mu L) = \frac{dV}{dt}. \Rightarrow \frac{dV}{dt} = g\left(\frac{T}{W} - \mu\right) - \frac{g}{W}\frac{1}{2}\rho V^2 S(C_D - \mu C_{Lg}).$$

Variacion de T(V) y W(t) pero este último se considera despreciable

Despegue – Método Alternativo 1 - II

Modelo simple de la variación del empuje en función de la velocidad

$$T = T_O - aV^2$$



Donde a es la reducción del empuje en función de la velocidad

$$\frac{dV}{dt} = g\left(\frac{T}{W} - \mu\right) - \frac{g}{W}\frac{1}{2}\rho V^2 S\left(C_D - \mu C_{Lg}\right). \Rightarrow \frac{dV}{dt} = g\left(\frac{T_O}{W} - \mu\right) - \frac{g}{W}\left[\frac{1}{2}\rho S\left(C_D - \mu\, C_{Lg}\right) + a\right]V^2$$

$$A = g\left(\frac{T_O}{W} - \mu\right)$$

$$B = \frac{g}{W}\left[\frac{1}{2}\rho S\left(C_D - \mu C_L g\right) + a\right]$$

$$\Rightarrow dV/dt = A - BV^2 \Rightarrow \int_{t_1}^{t_2} dt = \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{A - BV^2}$$

Asumiendo que el avión empieza la carrera de despegue con velocidad cero y que no hay viento

$$t = \frac{1}{\sqrt{AB}} \tan h^{-1}\left(V_{TO}\sqrt{\frac{B}{A}}\right) = \text{time for take-off.}$$

Despegue – Método Alternativo 1 - III

$$V_{TO} = 1.2\,V_{STALL}$$

$$\frac{dV}{dS} = \frac{dV/dt}{dS/dt} = \frac{A - BV^2}{V}.$$

$$dS = \frac{VdV}{A - BV^2}.$$

$$S_2 - S_1 = -\frac{1}{2B}\ln\left(A - BV^2\right)\Big]_{V_1}^{V_2}$$

$$S_2 - S_1 = \frac{1}{2B}\ln\left(\frac{A - BV_1^2}{A - BV_2^2}\right).$$

$$S_{TO} = \frac{1}{2B}\ln\left(\frac{A}{A - BV_{TO}^2}\right).$$

$$A = g\left(\frac{T_O}{W} - \mu\right)$$

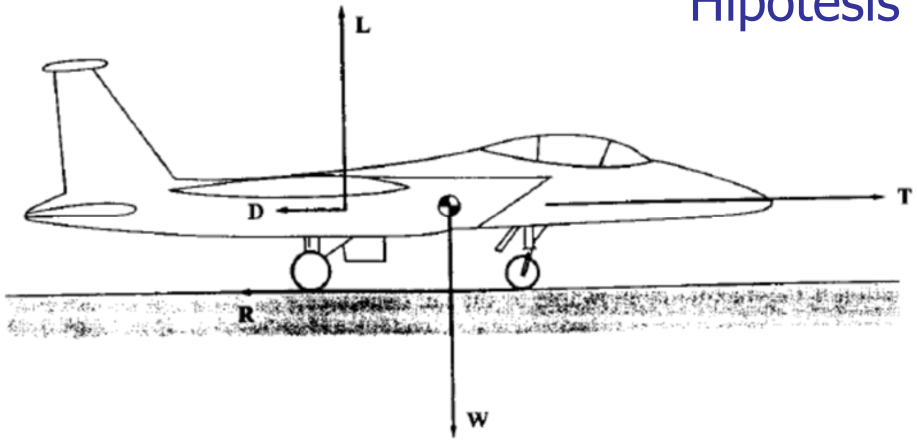
$$B = \frac{g}{W}\left[\frac{1}{2}\rho S\left(C_D - \mu C_{Lg}\right) + a\right]$$

Distancia de despegue

$$S_{TO} = \frac{W}{g\left[\rho S\left(C_D - \mu C_{Lg}\right) + a\right]}\ln\left\{\frac{\left(\frac{T_O}{W} - \mu\right)}{\left(\frac{T_O}{W} - \mu\right) - \frac{1}{W}\left[\frac{1}{2}\rho S\left(C_D - \mu C_{Lg}\right) + a\right]V_{TO}^2}\right\}$$

$$T = T_O - aV^2$$

Despegue – Método Alternativo 2 - I



Hipótesis de la velocidad de media $V_\infty = 0.7 V_{LO}$

$$m\frac{dV_\infty}{dt}T - D - \mu_r\left(W - L\right)$$

$$\begin{aligned}\text{reciprocating engine} \Rightarrow T &= \frac{const}{V_{infty}}\\ \text{Turbojet} \Rightarrow T &= const\end{aligned}$$

Turbofan $T = k_1^* - k_2^* V_\infty + k_3^* V_\infty^2$

Altura del ala por encima del suelo

envergadura

$$\frac{C_{D_i}\ \text{(in-ground effect)}}{C_{D_i}\ \text{(out-of-ground effect)}} \equiv G = \frac{(16h/b)^2}{1 + (16h/b)^2}$$

$$C_D = C_{D,0} + K C_L^2$$

$$\Delta C_{D,0} = \frac{W}{S} K_{uc} m^{-0.215}$$

$$\begin{aligned}K_{uc} &= 5.81 \times 10^{-5} \text{ for a zero flap deflection}\\ K_{uc} &= 3.16 \times 10^{-5} \text{ for maximum flap deflection}\end{aligned}$$

Modelo de resistencia (efecto suelo)

$$C_D = C_{D,0} + \Delta C_{D,0} + \left(k_1 + G k_3\right) C_L^2$$

Resistencia adicional por flaps

$$k_1 = \frac{1}{3} k_3 \qquad k_3 = \frac{1}{\pi e AR}$$

Despegue – Método Alternativo 2 - II

Hipótesis de la velocidad de media $V_\infty = 0.7 V_{LO}$

$$ds = \frac{ds}{dt} dt = V_\infty dt$$

$$\int_0^{s_g} ds = \int_0^{t_{LO}} V_\infty dt$$

$$ds = \frac{ds}{dt} dt = V_\infty dt = V_\infty \frac{dt}{dV_\infty} dV_\infty$$

$$ds = \frac{V_\infty dV_\infty}{dV_\infty / dt} = \frac{d(V_\infty^2)}{2(dV_\infty/dt)}$$

$$s_g = \int_0^{t_{LO}} V_\infty dt$$

$$\frac{dV_\infty}{dt} = \frac{1}{m}[T - D - \mu_r(W - L)]$$

$$\frac{dV_\infty}{dt} = \frac{g}{W}\left[T - \frac{1}{2}\rho_\infty V_\infty^2 S C_D - \mu_r\left(W - \frac{1}{2}\rho_\infty V_\infty^2 S C_L\right)\right]$$

$$\frac{dV_\infty}{dt} = g\left[\frac{T}{W} - \mu_r - \frac{\rho_\infty}{2(W/S)}(C_D - \mu_r C_L)V_\infty^2\right]$$

Modelo de resistencia (efecto suelo) $C_D = C_{D,0} + \Delta C_{D,0} + (k_1 + G k_3) C_L^2$

$$\frac{dV_\infty}{dt} = g\left\{\frac{T}{W} - \mu_r - \frac{\rho_\infty}{2(W/S)}\left[C_{D,0} + \Delta C_{D,0} + \left(k_1 + \frac{G}{\pi e AR}\right) C_L^2 - \mu_r C_L\right] V_\infty^2\right\}$$

Despegue – Método Alternativo 2 - III

$$\Delta C_{D,0} = \frac{W}{S} K_{uc} m^{-0.215}$$

Hipótesis de la velocidad de media $V_\infty = 0.7 V_{LO}$

$$k_1 = \frac{1}{3} k_3$$

$$k_3 = \frac{1}{\pi e AR}$$

$$C_D = C_{D,0} + \Delta C_{D,0} + (k_1 + G k_3)\, C_L^2$$

$$\frac{dV_\infty}{dt} = g\left\{\frac{T}{W} - \mu_r - \frac{\rho_\infty}{2(W/S)}\left[C_{D,0} + \Delta C_{D,0} + \left(k_1 + \frac{G}{\pi e AR}\right) C_L^2 - \mu_r C_L\right] V_\infty^2\right\}$$

$$K_T = \frac{T}{W} - \mu_r \Longleftarrow V_\infty = 0.7 V_{LO} \Longrightarrow K_A = -\frac{\rho_\infty}{2(W/S)}\left[C_{D,0} + \Delta C_{D,0} + \left(k_1 + \frac{G}{\pi e AR}\right) C_L^2 - \mu_r C_L\right]$$

$$ds = \frac{ds}{dt}\,dt = V_\infty\, dt = V_\infty \frac{dt}{dV_\infty}\, dV_\infty \Longrightarrow ds = \frac{V_\infty\, dV_\infty}{dV_\infty/dt} = \frac{d(V_\infty^2)}{2(dV_\infty/dt)}$$

$$\frac{dV_\infty}{dt} = g\left(K_T + K_A V_\infty^2\right) \Longrightarrow ds = \frac{d(V_\infty^2)}{2g\left(K_T + K_A V_\infty^2\right)}$$

$$s_g = \int_0^{V_{LO}} \frac{d(V_\infty^2)}{2g(K_T + K_A V_\infty^2)} \qquad s_g = \frac{1}{2gK_A} \ln\left(1 + \frac{K_A}{K_T} V_{LO}^2\right) + N V_{LO}$$

Distancias de la fase de rotación

$N = 1$ for small aircraft

$N = 3$ for large aircraft

Despegue – Método Alternativo 2 - IV

Simplificación sin el efecto suelo

$$\frac{dV_\infty}{dt} = \frac{1}{m}[T - D - \mu_r(W - L)] \Rightarrow ds = \frac{V_\infty\, dV_\infty}{dV_\infty/dt} = \frac{d(V_\infty^2)}{2(dV_\infty/dt)}$$

$$\Downarrow$$

$$ds = \frac{m}{2}\frac{d(V_\infty^2)}{T - D - \mu_r(W - L)} \Rightarrow s_g = \frac{W}{2g}\int_0^{V_{LO}} \frac{d(V_\infty^2)}{T - D - \mu_r(W - L)}$$

Hipótesis de la velocidad de media

$$V_\infty = 0.7V_{LO}. \Rightarrow s_g = \frac{WV_{LO}^2}{2g}\left[\frac{1}{T - D - \mu_r(W - L)}\right]_{0.7V_{LO}} + NV_{LO}$$

$$V_{stall} = \sqrt{\frac{2}{\rho_\infty}\frac{W}{S}\frac{1}{(C_L)_{max}}}$$

Corregir con 1.2 V_{STALL}

$$s_g = \frac{1.21(W/S)}{g\rho_\infty(C_L)_{max}\,[T/W - D/W - \mu_r(1 - L/W)]_{0.7V_{LO}}} + 1.1N\sqrt{\frac{2}{\rho_\infty}\frac{W}{S}\frac{1}{(C_L)_{max}}}$$

$N = 1$ for small aircraft

$N = 3$ for large aircraft

Despegue – Método Alternativo 2 - IV

$$s_g = \frac{1.21(W/S)}{g\rho_\infty (C_L)_{max}[T/W - D/W - \mu_r(1 - L/W)]_{0.7V_{LO}}} + 1.1N\sqrt{\frac{2}{\rho_\infty}\frac{W}{S}\frac{1}{(C_L)_{max}}}$$

Corregir con 1.2 V_{STALL}

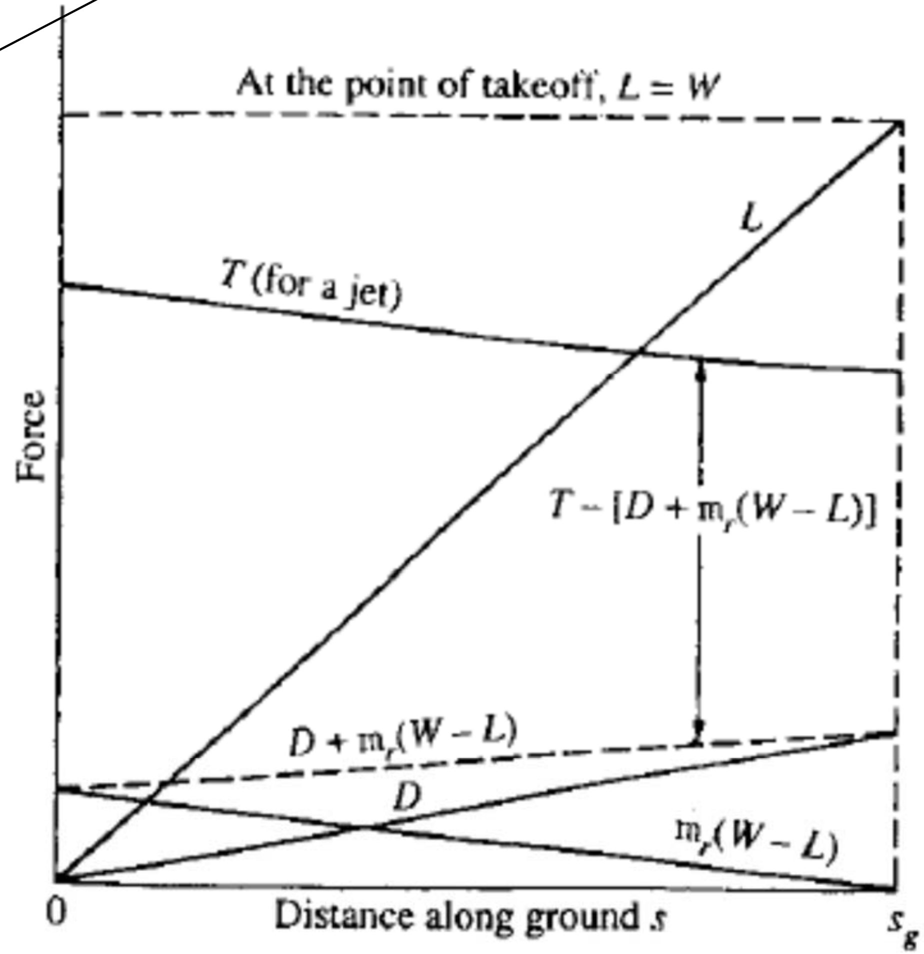


Figure 6.15 Schematic of a typical variation of forces acting on an airplane during takeoff.

1. s_g increases with an increase in W/S.
2. s_g decreases with an increase in $(C_L)_{max}$.
3. s_g decreases with an increase in T/W.

$$\frac{dV_\infty}{dt} = \frac{1}{m}[T - D - \mu_r(W - L)]$$

Rodadura – distancias de despegue

Método III

- Durante rodadura, las fuerzas que actúan en el avión son el **empuje**, la **resistencia** y la **fricción de rodadura**.
- La aceleración del avión se puede expresar en términos de los coeficientes aerodinámicos, teniendo en cuenta que la sustentación y la resistencia se tiene que evaluar
  - El efecto suelo con el avión
  - Tren de aterrizaje bajado
  - Configuración de superficies de despegue.

aceleración

$$a = \frac{g}{W}[T - D - \mu(W - L)] = g\left[\left(\frac{T}{W} - \mu\right) + \frac{\rho}{2W/S}(-C_{D_0} - KC_L^2 + \mu C_L)V^2\right]$$

- La distancia de despegue se calcula integrando la velocidad dividida por la aceleración

$$S_G = \int_{V_i}^{V_f} \frac{V}{a}\,\mathrm{d}V = \frac{1}{2}\int_{V_i}^{V_f} \frac{1}{a}\,\mathrm{d}(V^2) \longrightarrow S_G = \frac{1}{2g}\int_{V_i}^{V_f} \frac{\mathrm{d}(V^2)}{K_T + K_A V^2} = \left(\frac{1}{2gK_A}\right)\ln\left(\frac{K_T + K_A V_f^2}{K_T + K_A V_i^2}\right)$$

  - Para simplificar la integración se usa el truco de integrar V^2.
  - La velocidad de despegue tiene que ser $V_{TAKEOFF} > 1.1\ V_{STALL}$, tomar $1.2\ V_{STALL}$,
  - V_{STALL}. Configuración máxima sustentación (Peso despegue).
  - Configuración flaps para máximo CL (conf. despegue).
  - Tren de aterrizaje bajado limitará el ángulo de ataque máximo durante despegue y aterrizaje.

$$S_G = \frac{1}{2g}\int_{V_i}^{V_f} \frac{\mathrm{d}(V^2)}{K_T + K_A V^2} = \left(\frac{1}{2gK_A}\right)\ln\left(\frac{K_T + K_A V_f^2}{K_T + K_A V_i^2}\right)$$

Componente propulsora $K_T = \left(\frac{T}{W}\right) - \mu$

Componente aerodinámicas $K_A = \frac{\rho}{2(W/S)}(\mu C_L - C_{D_0} - KC_L^2)$

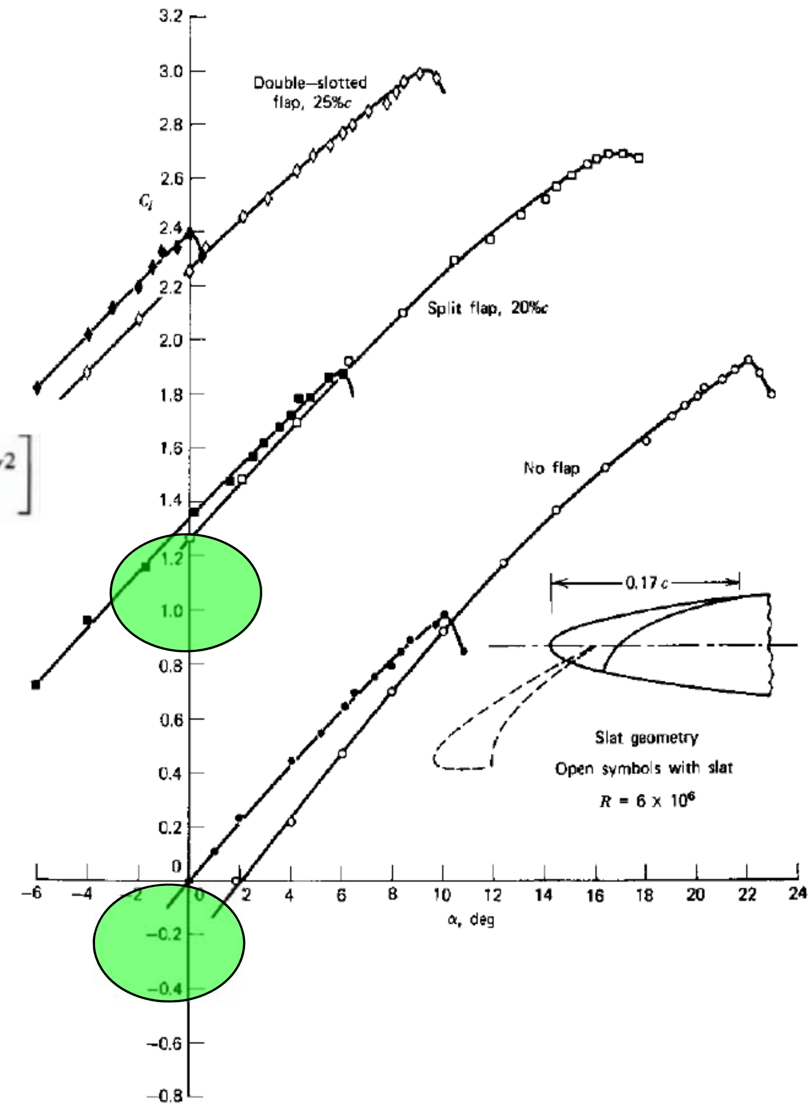
Estimación C_{Lmax} Despegue - I

- Hay que tener en cuenta en el segmento de rodadura despegue no se puede obtener el C_{Lmax}
  - La incidencia del ala es baja por lo que $C_L \approx 0.1$ a no ser que tenga flaps

$$a = \frac{g}{W}[T - D - \mu(W - L)] = g\left[\left(\frac{T}{W} - \mu\right) + \frac{\rho}{2W/S}(-C_{D_0} - KC_L^2 + \mu C_L)V^2\right]$$

  - Hay que tener también en cuenta la porción del ala que tiene flaps

$$C_{L_{\max}} \cong 0.9\left\{(C_{\ell_{\max}})_{\text{flapped}}\frac{S_{\text{flapped}}}{S_{\text{ref}}} + (C_\ell)_{\text{unflapped}}\frac{S_{\text{unflapped}}}{S_{\text{ref}}}\right\}$$



'igure 3.36 Effect of leading edge slat on NACA 64A010 airfoil with and without laps.

Estimación $C_{L_{max}}$ Despegue - II

Landing gear drag coeff

$$a = \frac{g}{W}\left[T - D - F_f\right] = \frac{g}{W}\left[T - D - \mu\left(W_{TO} - L\right)\right] \Rightarrow$$

$$D = (0.5)\rho V^2 S_{ref}\left[C_{D0} + \Delta C_{Dflap} + \Delta C_{Dgear} + K C_{LG}^2\right]$$

$$L = (0.5)\rho V^2 S_{ref} C_{LG}$$

C_L Ground Roll

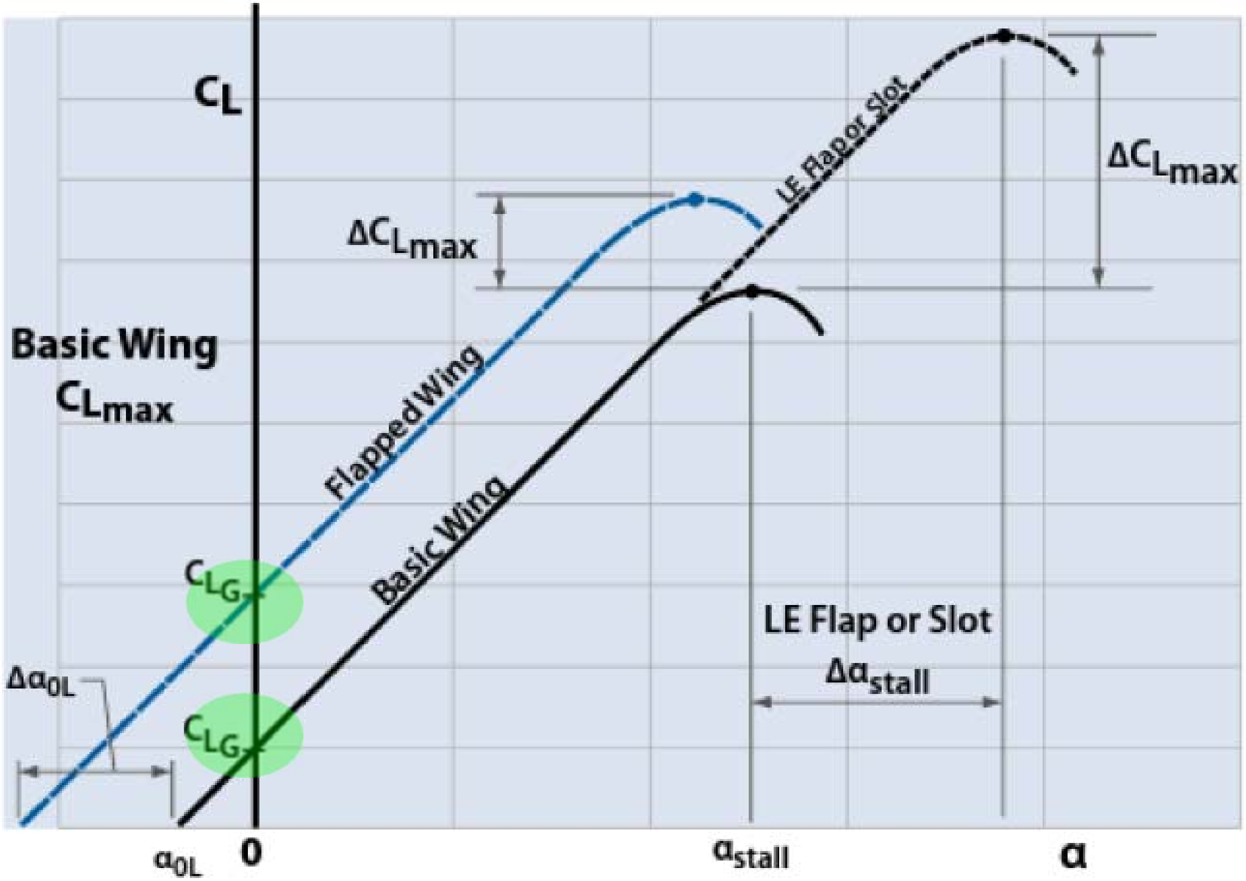


Figure 9.22 Construction of wing lift curves for mechanical high-lift devices.

Estimación $C_{L_{max}}$ Despegue - III

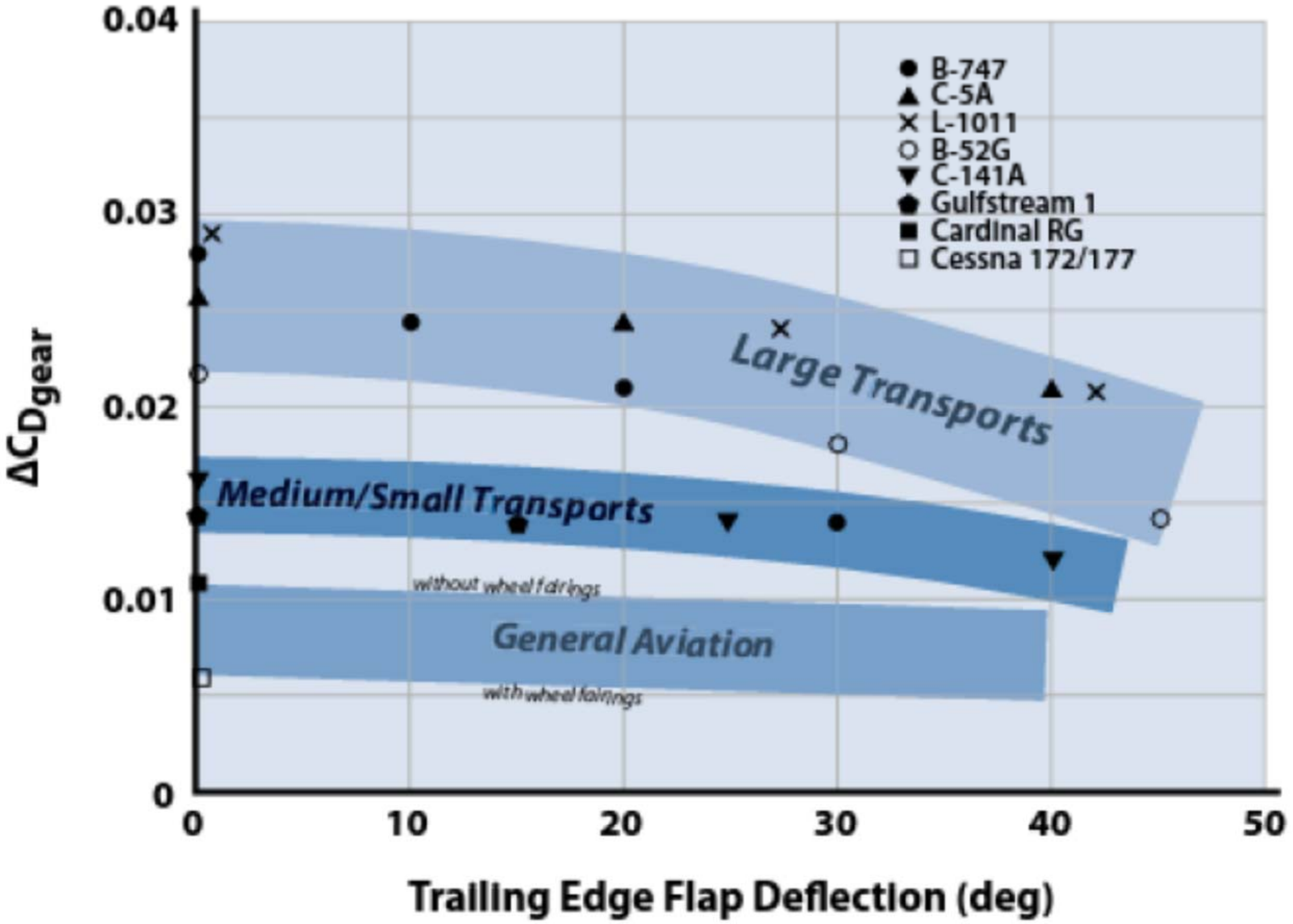


Figure 10.5 Drag of landing gear.

Estimación $C_{L_{max}}$ Despegue - IV

Table 10.4 Landing Gear Drag Coefficients

Aircraft	Reference Area (ft^2)	$\Delta C_{D_{gear}}$	Landing Gear Configuration[a]
Fighters			
A-7	375	0.028	Two-wheel NLG, two one-wheel MLG
F-104	196	0.035	One-wheel NLG, two one-wheel MLG
F-16A1B	300	0.0325	One-wheel NLG, two one-wheel MLG
F-22	840	0.014	One-wheel NLG, two one-wheel MLG
U-2S	1000	0.0045	One dual-wheel MLG, large tail wheel, and two wingtip pogos
Large transports			
L-1011	3456	0.028–0.0205	Two-wheel NLG, two four-wheel trucks MLG
C-5A	6200	0.0257–0.021	Four-wheel NLG, four four-wheel trucks MLG
B-747	5500	0.028–0.014	Two-wheel NLG, four four-wheel trucks MLG
B-52G	4000	0.024–0.0155	Quadricycle with wingtip gear, four dual-wheel MLG

Estimación $C_{L_{max}}$ Despegue - V

Medium transports			
P-3	1300	0.020	Two-wheel NLG, two two-wheel MLG
L-1049 Connie	1650	0.024	Two-wheel NLG, two two-wheel MLG
B 727	1650	0.017	Two-wheel NLG, two two-wheel MLG
DC-8	2771	0.012	Two-wheel NLG, two four-wheel trucks MLG
C-141A	3228	0.0165–0.012	Two-wheel NLG, two four-wheel trucks MLG
Small transports			
S-3A	598	0.023	Two-wheel NLG, two one-wheel MLG
Gulfstream I	615	0.015	Two-wheel NLG, two one-wheel MLG
Fokker F-27	754	0.024	One-wheel NLG, two dual-wheel MLG
General aviation			
Cessna 172	226	0.006[b]	One-wheel NLG, two one-wheel MLG
Cessna 177	174	0.006[b]	One-wheel NLG, two one-wheel MLG
Cardinal RG	174	0.011	One-wheel NLG, two one-wheel MLG

[a]Abbreviations: NLG, nose landing gear; MLG, main landing gear.
[b]Fixed landing gear with wheel fairings.

Despegue – Jet Airplane - I

Assume that $V_{TO} \approx 0{,}7\, V_R$

$$C_{D_G} = \left(C_{D_{TO}} - \mu C_{L_{TO}}\right)$$

$$S_{TO} = \frac{1.65W}{\rho g S C_{D_G}} \ln\left[\frac{\frac{T}{W} - \mu}{\frac{T}{W} - \mu - \frac{C_{D_G}}{C_{L_R}}}\right]$$

C_{L_R} aircraft lift coefficient at take-off rotation
V_R aircraft speed @ rotation $V_R \approx 1.1V_s - 1.3V_s$

$$C_{L_R} = \frac{2mg}{\rho S V_R^2} \qquad C_{L_{TO}} = C_{L_C} + \Delta C_{L_{flapTO}}$$

La velocidad de entrada en pérdida (V_s) ha de variar en función de W/S $V_s = \sqrt[2]{\frac{W}{S}\frac{2}{\rho C_{L_{MAX}}}}$

Si no se hace de esta manera, y se fija la velocidad de entrada en pérdida, implica que a medida que aumenta la carga alar, implicaría que el $C_{L,max}$ también aumenta, lo que no es deseable

$C_{L_{MAX}}$ maximum lift coeffcient

$C_{L_{TO}}$ aircraft take-off lift coefficient
C_{L_C} aircraft cruise lift coefficient
$\Delta C_{L_{flap_{TO}}}$ additional lift coefficient by flap @ take-off

$C_{L_C} \approx 0.3$
$\Delta C_{L_{flap_{TO}}} \approx 0.3 - 0.8$

Despegue – Jet Airplane - II

Assume that $V_{TO} \approx 0{,}7\, V_R$

$$C_{D_G} = \left(C_{D_{TO}} - \mu C_{L_{TO}}\right)$$

$$S_{TO} = \frac{1.65W}{\rho g S C_{D_G}} \ln\left[\frac{\frac{T}{W} - \mu}{\frac{T}{W} - \mu - \frac{C_{D_G}}{C_{L_R}}}\right]$$

C_{L_R} aircraft lift coefficient at take-off rotation
V_R aircraft speed @ rotation $V_R \approx 1.1V_s - 1.3V_s$

$$C_{L_R} = \frac{2mg}{\rho S V_R^2} \qquad C_{L_{TO}} = C_{L_C} + \Delta C_{L_{flapTO}}$$

$$C_{D_{TO}} = C_{D_{oTO}} + K C_{LTO}^2 \;\Rightarrow\; C_{D_{oTO}} = C_{D_o} + C_{D_{oLG}} + C_{D_{oHLD\_TO}}$$

$C_{D_{0_{TO}}}$ aircraft zero-lift drag coefficient at take-off configuration
C_{D_0} clean-aircraft zero-lift drag coefficient
$C_{D_{0_{LG}}}$ landing gear drag coefficient
$C_{D_{0_{HLD-TO}}}$ high lift device drag coefficient at take-off configuration

$$C_{D_{oLG}} = 0.006 \quad to \quad 0.012$$
$$C_{D_{oHLD\_TO}} = 0.003 \quad to \quad 0.008$$

Hay que tener en cuenta que para el cálculo de los parámetros aerodinámicos, la velocidad de despegue (V_{TO}) es un 70% de la velocidad de rotación (V_R). Esto se debe a que como el avión está acelerando desde la velocidad inicial nula, hasta la V_R, se toma la media, la cual se puede demostrar que es aproximadamente $V_{TO}=0.7V_R$.

Despegue – Prop Airplane - I

Assume that $V_{TO} \approx 0{,}7\, V_R$

$$C_{D_G} = \left(C_{D_{TO}} - \mu C_{L_{TO}}\right)$$

$$S_{TO} = \frac{1.65W}{\rho g S C_{D_G}} \ln\left[\frac{\frac{T}{W} - \mu}{\frac{T}{W} - \mu - \frac{C_{D_G}}{C_{L_R}}}\right]$$

C_{L_R} aircraft lift coefficient at take-off rotation
V_R aircraft speed @ rotation $V_R \approx 1.1V_S - 1.3V_S$

$$C_{L_R} = \frac{2mg}{\rho S V_R^2} \qquad C_{L_{TO}} = C_{L_C} + \Delta C_{L_{flapTO}}$$

La velocidad de entrada en pérdida (V_S) ha de variar en función de W/S $V_S = \sqrt{\frac{W}{S}\frac{2}{\rho C_{L_{MAX}}}}$

Si no se hace de esta manera, y se fija la velocidad de entrada en pérdida, implica que a medida que aumenta la carga alar, implicaría que el $C_{L,max}$ también aumenta, lo que no es deseable

$C_{L_{MAX}}$ maximum lift coeffcient

$C_{L_{TO}}$ aircraft take-off lift coefficient
C_{L_C} aircraft cruise lift coefficient
$\Delta C_{L_{flapTO}}$ additional lift coefficient by flap @ take-off

$C_{L_C} \approx 0.3$
$\Delta C_{L_{flapTO}} \approx 0.3 - 0.8$

Despegue – Prop Airplane - II

Assume that $V_{TO} \approx 0{,}7\, V_R$

$$C_{D_G} = \left(C_{D_{TO}} - \mu C_{L_{TO}}\right)$$

$$S_{TO} = \frac{1.65W}{\rho g S C_{D_G}} \ln\left[\frac{\frac{T}{W} - \mu}{\frac{T}{W} - \mu - \frac{C_{D_G}}{C_{L_R}}}\right]$$

C_{L_R} aircraft lift coefficient at take-off rotation
V_R aircraft speed @ rotation $V_R \approx 1.1V_s - 1.3V_s$

$$C_{L_R} = \frac{2mg}{\rho S V_R^2} \qquad C_{L_{TO}} = C_{L_C} + \Delta C_{L_{flapTO}}$$

$$C_{D_{TO}} = C_{D_{o_{TO}}} + K C_{L_{TO}}^2 \Rightarrow C_{D_{o_{TO}}} = C_{D_o} + C_{D_{o_{LG}}} + C_{D_{o_{HLD\_TO}}}$$

$C_{D_{0_{TO}}}$ aircraft zero-lift drag coefficient at take-off configuration
C_{D_0} clean-aircraft zero-lift drag coefficient
$C_{D_{0_{LG}}}$ landing gear drag coefficient
$C_{D_{0_{HLD-TO}}}$ high lift device drag coefficient at take-off configuration

$$C_{D_{o_{LG}}} = 0.006 \quad to \quad 0.012$$

$$C_{D_{o_{HLD\_TO}}} = 0.003 \quad to \quad 0.008$$

Hay que tener en cuenta que para el cálculo de los parámetros aerodinámicos, la velocidad de despegue (V_{TO}) es un 70% de la velocidad de rotación (V_R). Esto se debe a que como el avión está acelerando desde la velocidad inicial nula, hasta la V_R, se toma la media, la cual se puede demostrar que es aproximadamente $V_{TO}=0.7V_R$.

Despegue - III

No	Aircraft type	C_{Do}
1	Jet transport	0.015 – 0.02
2	Turboprop transport	0.018 – 0.024
3	Twin-engine piton prop	0.022 – 0.028
4	Small GA with retractable landing gear	0.02 – 0.03
5	Small GA with fixed landing gear	0.025 – 0.04
6	Agricultural	0.04 – 0.07
7	Sailplane/Glider	0.012 – 0.015
8	Supersonic fighter	0.018 – 0.035
9	Homebuilt	0.025 – 0.04
10	Microlight	0.02 – 0.035

Table 4.12. Typical values of C_{Do} for different types of aircraft

No	Surface	Friction coefficient (μ)
1	Dry concrete/asphalt	0.03-0.05
2	Wet concrete/asphalt	0.05
3	Icy concrete/asphalt	0.02
4	Turf	0.04-0.07
5	Grass	0.05-0.1
6	Soft ground	0.1-0.3

Table 4.15. Friction coefficients for various runway surfaces

Transición - I

- Durante la **transición** el avión **acelera** desde $V_{TAKEOFF} = 1.1V_{STALL}$ hasta $V_{CLIMB} = 1.2V_{STALL}$.
- La **velocidad media** durante la transición es **aproximadamente** de $\mathbf{V_{TR} = 1.15V_{STALL}}$.
- El coeficiente de sustentación media durante toda la maniobra de transición se suele aproximar como el **90 %** del **coeficiente** para **máxima sustentación** con **flaps bajados**.
- La velocidad vertical media f(n):

$$n = \frac{L}{W} = \frac{\frac{1}{2}\rho S(0.9\,C_{L_{max}})(1.15\,V_{stall})^2}{\frac{1}{2}\rho S C_{L_{max}} V_{stall}^2} = 1.2 \longrightarrow n = 1.0 + \frac{V_{TR}^2}{Rg} = 1.2$$

Velocidad de transición

- El ángulo de subida al final del arco de la trayectoria de transición:

$$R = \frac{V_{TR}^2}{g(n-1)} = \frac{V_{TR}^2}{0.2g}$$

$$\sin\gamma_{climb} = \frac{T-D}{W} \cong \frac{T}{W} - \frac{1}{L/D}$$

$$S_T = R\sin\gamma_{climb} = R\left(\frac{T-D}{W}\right) \cong R\left(\frac{T}{W} - \frac{1}{L/D}\right)$$

$$h_{TR} = R(1 - \cos\gamma_{climb})$$

Si la distancia de obstáculo es solventada antes de que termine el segmento de transición entonces

$$S_T = \sqrt{R^2 - (R - h_{TR})^2}$$

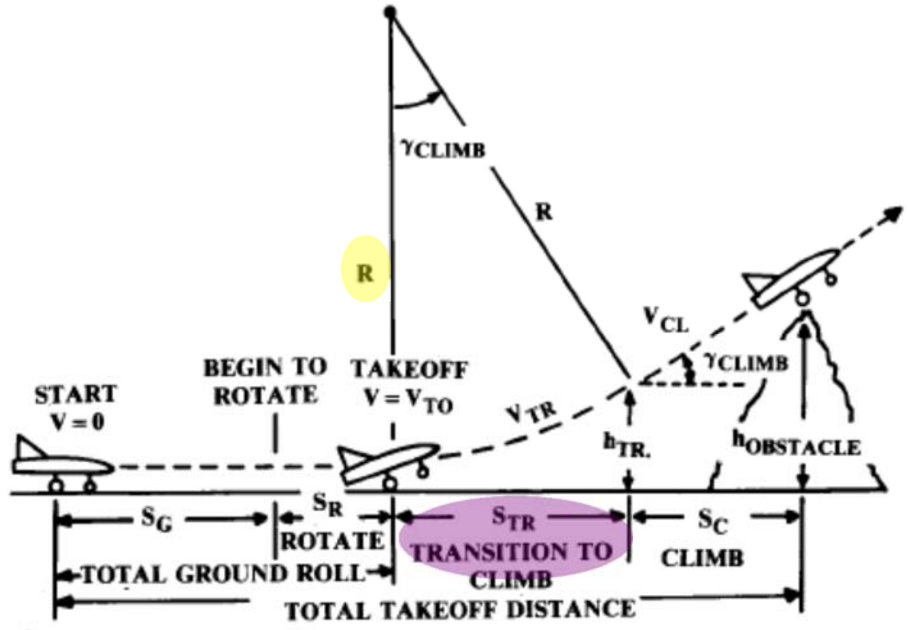
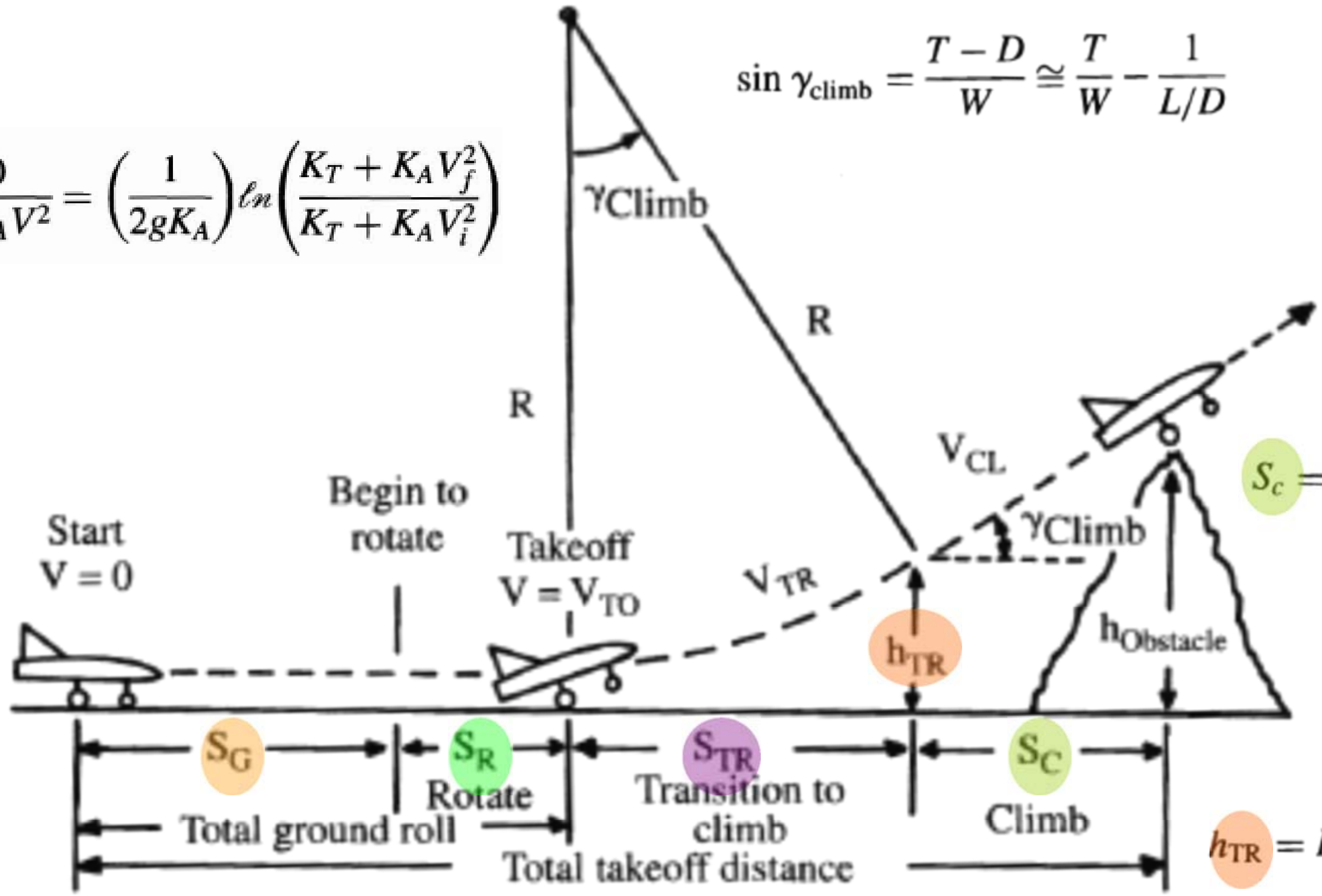


Fig. 17.17 Takeoff analysis.

$$\sin \gamma_{\text{climb}} = \frac{T-D}{W} \cong \frac{T}{W} - \frac{1}{L/D}$$

$$S_G = \frac{1}{2g}\int_{V_i}^{V_f} \frac{d(V^2)}{K_T + K_A V^2} = \left(\frac{1}{2gK_A}\right)\ln\left(\frac{K_T + K_A V_f^2}{K_T + K_A V_i^2}\right)$$



$$S_c = \frac{h_{\text{obstacle}} - h_{\text{TR}}}{\tan \gamma_{\text{climb}}}$$

$$S_R = V_{\text{TO}}.$$

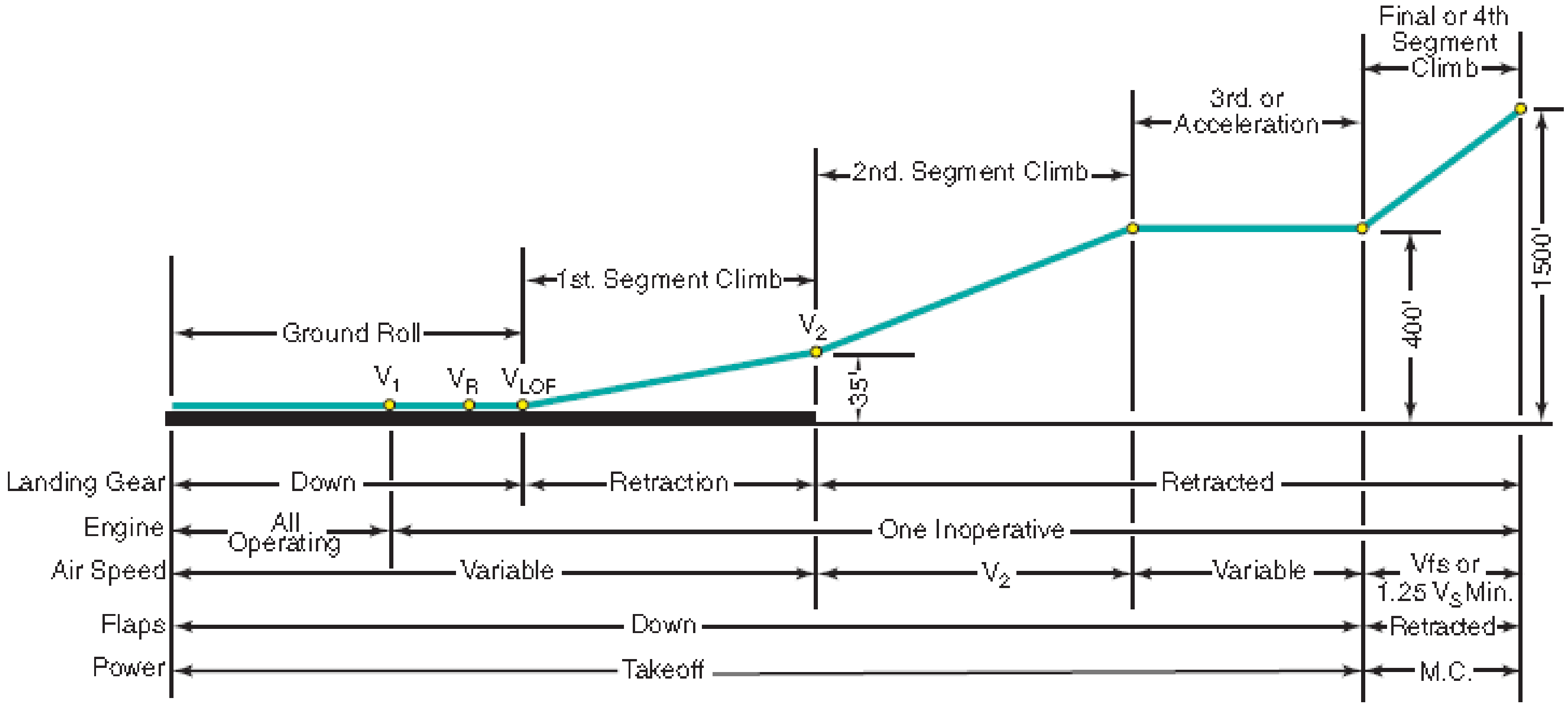
$$h_{\text{TR}} = R(1 - \cos \gamma_{\text{climb}})$$

Fig. 17.18 Takeoff analysis.

$$S_T = R \sin \gamma_{\text{climb}} = R\left(\frac{T-D}{W}\right) \cong R\left(\frac{T}{W} - \frac{1}{L/D}\right)$$

$$S_T = \sqrt{R^2 - (R - h_{\text{TR}})^2}$$

One-engine inoperative takeoff flightpath (OEI)



Items		1st. T/O Segment	2nd. T/O Segment	Transition (Acceleration)	Final T/O Segment
*	2 Engine 3 Engine 4 Engine	Positive 3.0% 5.0%	2.4% 2.7% 3.0%	Positive Positive Positive	1.2% 1.5% 1.7%
Wing Flaps		T.O.	T.O.	T.O.	Up
Landing Gear		Down	Up	Up	Up
Engines		1 Out	1 Out	1 Out	1 Out
Power		T.O.	T.O.	T.O.	M.C.
Air Speed		$V_{LOF} \rightarrow V_2$	V_2	$V_2 \rightarrow 1.25\ V_S$ (Min)	$1.25\ V_S$ (Min)

* Required Absolute Minimum Gradient of Flight Path

M.C. = Maximum Continuous

V_1 = Critical-Engine-Failure Speed

V_2 = Takeoff Safety Speed

V_S = Calibrated Stalling Speed, or min. steady flight speed at which the airplane is controllable

V_R = Speed at which airplane can start safely raising nose wheel off surface (Rotational Speed)

V_{LOF} = Speed at point where airplane lifts off

Transición - II

- ¿Que pasa si se nos disparan las distancias de despegue?
  - Identificar si se han cubiertos los requisitos de distancias de despegue, cuando se cumplen los requisitos de distancia vertical

Calcular R → $R = \frac{V_{TR}^2}{g(n-1)} = \frac{V_{TR}^2}{0.2g}$

Calcular h_{TR} → $h_{TR} = R(1 - \cos\gamma_{climb})$

Si h_{TR} >>35 ft → dos posible situaciones →
n Factor de carga muy bajo
γ_{CLIMB} Ángulo de asentamiento de velocidad muy pronunciado

Maneras a proceder →
Aumentar n
Disminuir γ_{CLIMB}

$h_{TR}{}^* = 35$ ft

Cálculo de requisitos de n → $R = \frac{h_{TR}{}^*}{1 - \cos\gamma_{CLIMB}}$ → $n = 1.0 + \frac{V_{TR}^2}{Rg} = 1.2$

$$\sin\gamma_{climb} = \frac{T-D}{W} \cong \frac{T}{W} - \frac{1}{L/D}$$

Cálculo de distancia horizontal $S_{TR} = R\sin\gamma_{CLIMB}$

Factor de carga aumenta n por lo que hay que asegurarse que no se sobrepasan los límites de maniobra

Mismo procedimiento si se relaja los requisitos de γ_{CLIMB}

Aterrizaje

Aterrizaje - I

- La **maniobra** de **aterrizaje** es muy similar a la de despegue solo que a la inversa, teniendo en cuenta que:
  - El **peso** de aterrizaje viene **especificado** por los **requisitos** de cada avión para el caso de aterrizaje, y es aproximadamente entre el peso de despegue y el 85% de dicho peso.
  - El peso de **aterrizaje** no puede ser nunca tomado como el **peso** al final del **máximo** alcance, por que en caso de **emergencia implicaría** que habría que **descargar** mucho **combustible** para poder aterrizar de forma segura.
- Se establecen una serie de maniobras:
  - **Acercamiento** que empieza **sobrevolando** el **obstáculo** (50 pies) con **velocidad** de **acercamiento** de $V_a = 1.3V_{STALL}$ (para militar $V_a = 1.2V_{STALL}$)
  - El **ángulo** de acercamiento se calcula con **empuje** en idle y configuración de **flaps** bajados (D)
    - Para aviones de transporte no debería ser menor de 3 grados

El ángulo de planeo se calcula con empuje en relentí y resistencia con flaps

$$\sin\gamma_{climb} = \frac{T-D}{W} \cong \frac{T}{W} - \frac{1}{L/D} \qquad S_c = \frac{h_{obstacle} - h_{TR}}{\tan\gamma_{climb}}$$

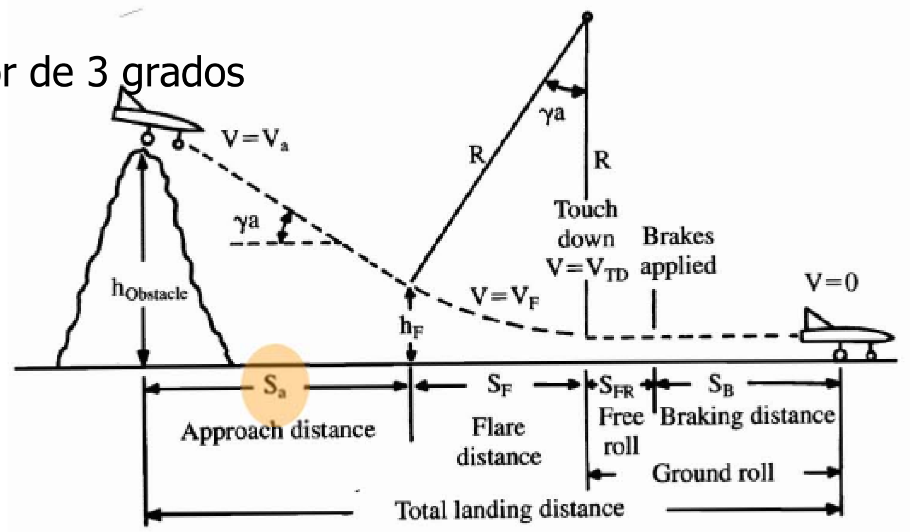


Fig. 17.19 Landing analysis.

Aterrizaje – II - Flare

- Flare: Velocidad de aterrizaje:
  - $V_{TD} = 1.15V_{STALL}$ (para militares $V_{TD} = 1.10V_{STALL}$)
  - El avión decelera desde V_a= hasta $1.15V_{STALL}$ por lo que la velocidad media es:
    - $V_f = 1.23V_{STALL}$ (para militares $V_f = 1.15V_{STALL}$)

$$\sin \gamma_{climb} = \frac{T-D}{W} \cong \frac{T}{W} - \frac{1}{L/D}$$

$$\frac{L}{D} = \frac{1}{\dfrac{qC_{D_0}}{W/S} + \dfrac{W}{S}\dfrac{1}{q\pi Ae}}$$

$$S_T = R \sin \gamma_{climb} = R\left(\frac{T-D}{W}\right) \cong R\left(\frac{T}{W} - \frac{1}{L/D}\right)$$

$$h_{TR} = R(1 - \cos \gamma_{climb})$$

V_f

$$R = \frac{V_{TR}^2}{g(n-1)} = \frac{V_{TR}^2}{0.2g}$$

$$n = 1.2$$

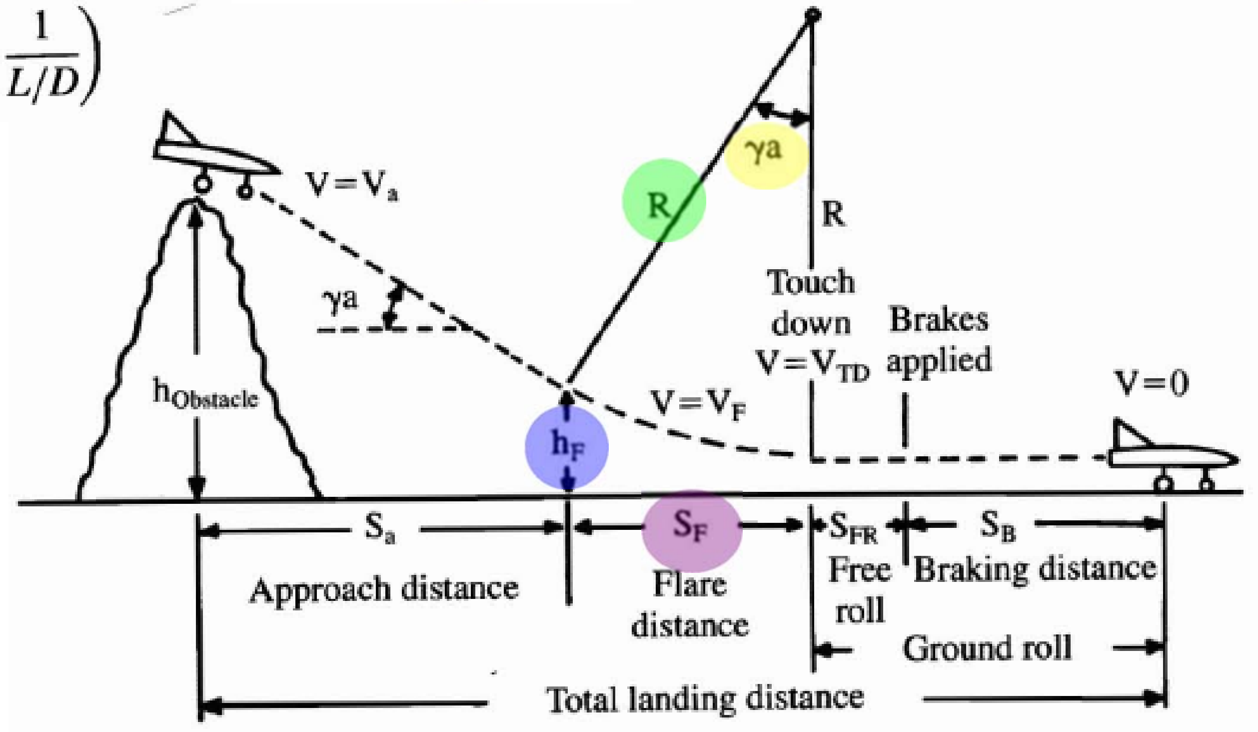


Fig. 17.19 Landing analysis.

Aterrizaje – II - Rodadura

- Rodadura en pista:
  - Dividir el segmento en 2 etapas:
    - Después de la toma de contacto el avión rueda durante varios segundos antes que el piloto aplique frenos: $S_{FR}=V_{TD}*t$
    - Segmento de frenado:
      - coeficiente de fricción ~ 0.5 aviones civiles, 0.3 aviones militares (mirar tabla)
  - Velocidad inicial es V_{TD} (V_{TD}= 1.15V_{STALL} (para militares V_{TD}= 1.10V_{STALL})) y la final es cero.
  - Si hay thrust-reversal, se aproxima con el 40-50% del empuje negativo.
  - No se puede utilizar el thrust-reversal en velocidades bajas (93km/h)
- La FAA requiere que distancia de aterrizaje total sea de 1.666(S-Approach+S-flare+ S-roll)

$$S_G = \frac{1}{2g}\int_{V_i}^{V_f} \frac{d(V^2)}{K_T + K_A V^2} = \left(\frac{1}{2gK_A}\right) \ell n \left(\frac{K_T + K_A V_f^2}{K_T + K_A V_i^2}\right)$$

¡¡¡Cuidado con el signo de K_T y K_A!!!!
(Signo logaritmo)

Componente propulsora $K_T = \left(\frac{T}{W}\right) - \mu$

Componente aerodinámicas

$$K_A = \frac{\rho}{2(W/S)}\left(\mu C_L - C_{D_0} - K C_L^2\right)$$

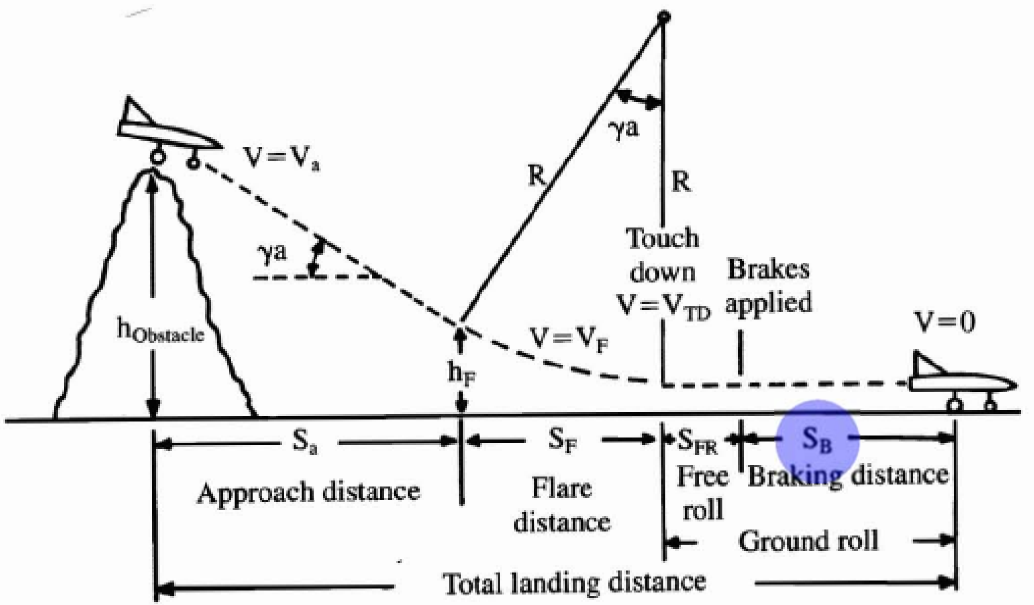


Fig. 17.19 Landing analysis.

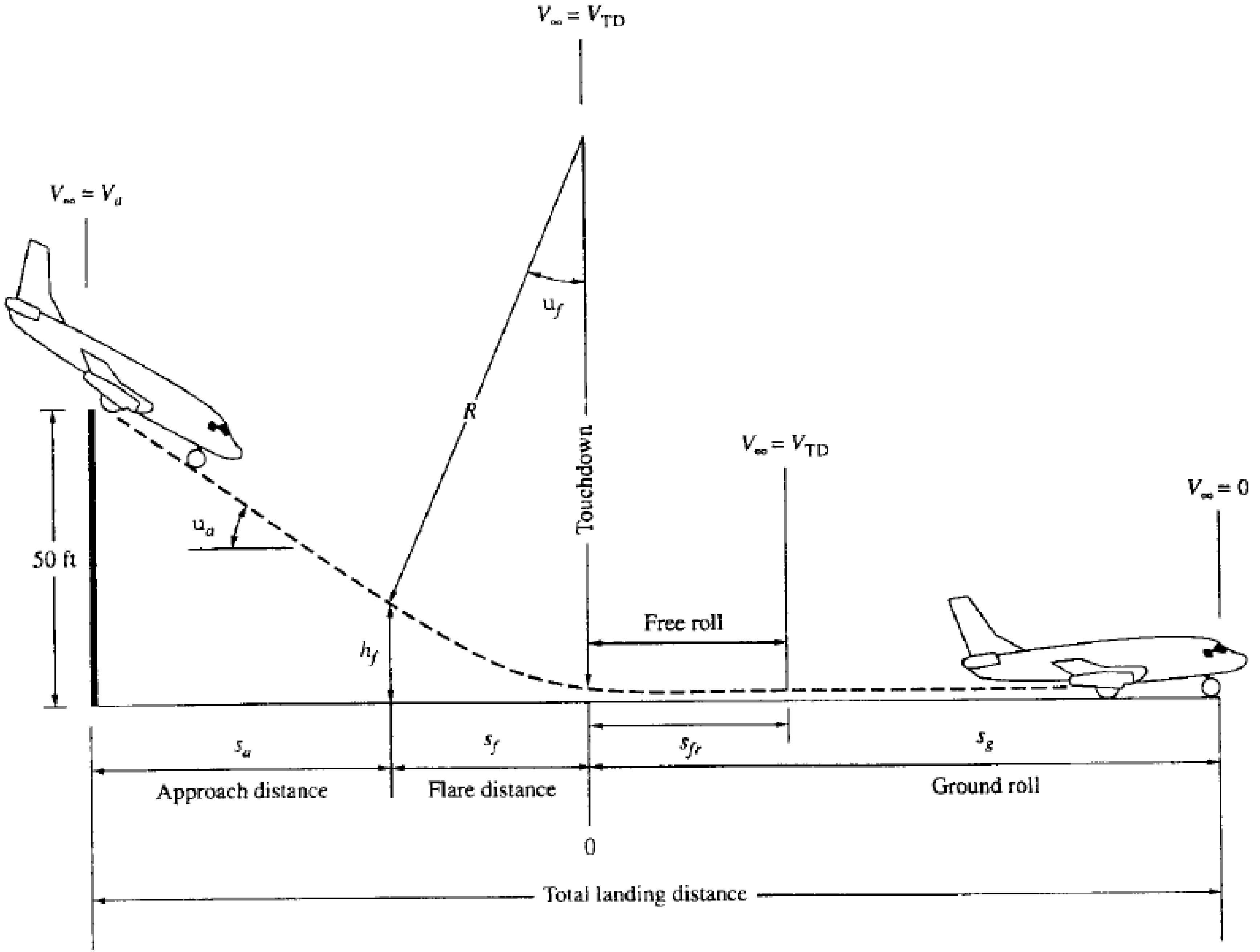


Figure 6.17 The landing path and landing distance.

Aterrizaje – Método Alternativo 1 - I

Distancias de aterrizaje

$$T = T_O - aV^2$$

$$\frac{dV}{dt} = g\left(\frac{T}{W} - \mu\right) - \frac{g}{W}\frac{1}{2}\rho V^2 S\left(C_D - \mu C_{Lg}\right).$$

$$\frac{dV}{dt} = g\left(\frac{T_O}{W} - \mu\right) - \frac{g}{W}\left[\frac{1}{2}\rho S\left(C_D - \mu\, C_{Lg}\right) + a\right]V^2$$

$$A = g\left(\frac{T_O}{W} - \mu\right)$$

$$B = \frac{g}{W}\left[\frac{1}{2}\rho S\left(C_D - \mu C_L g\right) + a\right]$$

$$dV/dt = A - BV^2 \Rightarrow \int_{t_1}^{t_2} dt = \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{A - BV^2}$$

$$dS = VdV/\left(A - BV^2\right).$$

$$S_2 - S_1 = -\frac{1}{2B}\left[\ln\left(A - BV_2^2\right) - \ln\left(A - BV_C^2\right)\right] \Rightarrow S_2 - S_1 = \frac{1}{2B}\ln\left[\frac{A - BV_C^2}{A - BV_2^2}\right].$$

$$V_2 = 0, \Rightarrow S = \frac{1}{2B}\ln\left(1 - \frac{B}{A}V_C^2\right).$$

¡¡¡Cuidado con el signo de A y B!!!!

(Signo logaritmo)

Aterrizaje – Método Alternativo 1 - II

Tiempos de aterrizaje

$$\frac{dV}{dt} = A - BV^2 \quad \Rightarrow \quad t_2 - t_1 = \int dt = \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{A - BV^2}$$

$$A = g\left(\frac{T_O}{W} - \mu\right)$$

$$B = \frac{g}{W}\left[\frac{1}{2}\rho S\left(C_D - \mu C_{Lg}\right) + a\right],$$

4 posibles combinaciones en función de la relación entre A y B

1. $A > 0,\ B > 0: t_2 - t_1 = \dfrac{1}{2\sqrt{AB}} \ln\left[\dfrac{\sqrt{A} + V\sqrt{B}}{\sqrt{A} - V\sqrt{B}}\right]$

2. $A > 0,\ B < 0: t_2 - t_1 = \dfrac{1}{\sqrt{-AB}} \tan^{-1}\left(V\sqrt{\dfrac{-B}{A}}\right)$

3. $A < 0,\ B > 0: t_2 - t_1 = \dfrac{1}{\sqrt{-AB}} \tan^{-1}\left(V\sqrt{\dfrac{B}{-A}}\right)$

4. $A < 0,\ B < 0: t_2 - t_1 = \dfrac{1}{2\sqrt{AB}} \ln\left[\dfrac{V\sqrt{-B} - \sqrt{-A}}{V\sqrt{-B} + \sqrt{-A}}\right]$

Aterrizaje – Método Alternativo 2 - I

$$m\frac{dV_\infty}{dt} = T - D - \mu_r(W-L) \quad \Rightarrow \quad T=0, \quad \Rightarrow \quad m\frac{dV_\infty}{dt} = -D - \mu_r(W-L)$$

Thrust Reversal – 40% 50%

$$m\frac{dV_\infty}{dt} = -T_{\text{rev}} - D - \mu_r(W-L)$$

Altura del ala por encima del suelo

Modelo de resistencia (efecto suelo)

$$C_D = C_{D,0} + \Delta C_{D,0} + (k_1 + Gk_3)\,C_L^2$$

$$\frac{C_{D_i}\text{ (in-ground effect)}}{C_{D_i}\text{ (out-of-ground effect)}} \equiv G = \frac{(16h/b)^2}{1+(16h/b)^2}$$

envergadura

Resistencia adicional por flaps

$$\Delta C_{D,0} = \frac{W}{S}K_{\text{uc}}m^{-0.215} \qquad k_1 = \frac{1}{3}k_3. \qquad k_3 = \frac{1}{\pi e AR}$$

$$\begin{aligned}\frac{dV_\infty}{dt} &= -\frac{g}{W}\left[T_{\text{rev}} + \frac{1}{2}\rho_\infty V_\infty^2 S C_D + \mu_r\left(W - \frac{1}{2}\rho_\infty V_\infty^2 S C_L\right)\right]\\ &= -g\left[\frac{T_{\text{rev}}}{W} + \mu_r + \frac{\rho_\infty}{2(W/S)}(C_D - \mu_r C_L)\,V_\infty^2\right]\\ &= -g\left\{\frac{T_{\text{rev}}}{W} + \mu_r + \frac{\rho_\infty}{2(W/S)}\left[C_{D,0} + \Delta C_{D,0} + \left(k_1 + \frac{G}{\pi e AR}\right)C_L^2 - \mu_r C_L\right]V_\infty^2\right\}\end{aligned}$$

Aterrizaje – Método Alternativo 2 - II

$$\frac{dV_\infty}{dt} = -\frac{g}{W}\left[T_{rev} + \frac{1}{2}\rho_\infty V_\infty^2 S C_D + \mu_r\left(W - \frac{1}{2}\rho_\infty V_\infty^2 S C_L\right)\right]$$

$$= -g\left[\frac{T_{rev}}{W} + \mu_r + \frac{\rho_\infty}{2(W/S)}\left(C_D - \mu_r C_L\right)V_\infty^2\right]$$

$$= -g\left\{\frac{T_{rev}}{W} + \mu_r + \frac{\rho_\infty}{2(W/S)}\left[C_{D,0} + \Delta C_{D,0} + \left(k_1 + \frac{G}{\pi e AR}\right)C_L^2 - \mu_r C_L\right]V_\infty^2\right\}$$

$$\frac{dV_\infty}{dt} = -g\left(J_T + J_A V_\infty^2\right)$$

$$ds = \frac{V_\infty dV_\infty}{dV_\infty/dt} = \frac{d(V_\infty^2)}{2(dV_\infty/dt)}$$

$$ds = \frac{d(V_\infty^2)}{2(dV_\infty/dt)} = -\frac{d(V_\infty^2)}{2g\left(J_T + J_A V_\infty^2\right)}$$

$$J_T \equiv \frac{T_{rev}}{W} + \mu_r$$

$$J_A \equiv \frac{\rho_\infty}{2(W/S)}\left[C_{D,0} + \Delta C_{D,0} + \left(k_1 + \frac{G}{\pi e AR}\right)C_L^2 - \mu_r C_L\right]$$

Aterrizaje – Método Alternativo 2 - III

Selección

$V_\infty = 0$

$$\int_{s_{fr}}^{s_g} ds = -\int_{V_{TD}}^{0} \frac{d(V_\infty^2)}{2g(J_T + J_A V_\infty^2)}$$

$V_\infty = V_{TD}$

free roll

$s = s_{fr}$

$$s_g - s_{fr} = \int_0^{V_{TD}} \frac{d(V_\infty^2)}{2g(J_T + J_A V_\infty^2)}$$

$s = s_g$

Ground roll

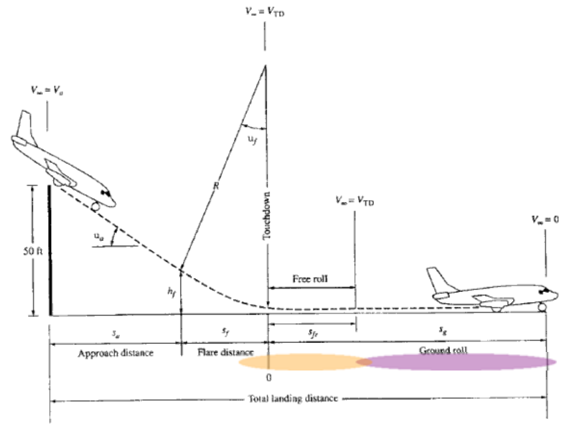


Figure 6.17 The landing path and landing distance.

$$s_g - s_{fr} = \frac{1}{2gJ_A} \ln\left(1 + \frac{J_A}{J_T} V_{TD}^2\right)$$

$$s_{fr} = N V_{TD}.$$

Aproximación

$N = 1$ for small aircraft;

$N = 3$ for large

$$s_g = N V_{TD} + \frac{1}{2gJ_A} \ln\left(1 + \frac{J_A}{J_T} V_{TD}^2\right)$$

$$V_{TD} = 1.15\, V_{stall}$$

$$V_{stall} = \sqrt{\frac{2}{\rho_\infty}\frac{W}{S}\frac{1}{(C_L)_{max}}}$$

$$s_g = N V_{TD} + \frac{W}{2g}\int_0^{V_{TD}} \frac{d(V_\infty^2)}{T_{rev} + D + \mu_r(W - L)}$$

$j = 1.15$

$$s_g = N V_{TD} + \frac{W V_{TD}^2}{2g}\left[\frac{1}{T_{rev} + D + \mu_r(W - L)}\right]_{0.7 V_{TD}}$$

$$s_g = jN\sqrt{\frac{2}{\rho_\infty}\frac{W}{S}\frac{1}{(C_L)_{max}}} + \frac{j^2(W/S)}{g\rho_\infty (C_L)_{max}\,[T_{rev}/W + D/W + \mu_r(1 - L/W)]_{0.7V_{TD}}}$$

Aterrizaje – Método Alternativo 2 - IV

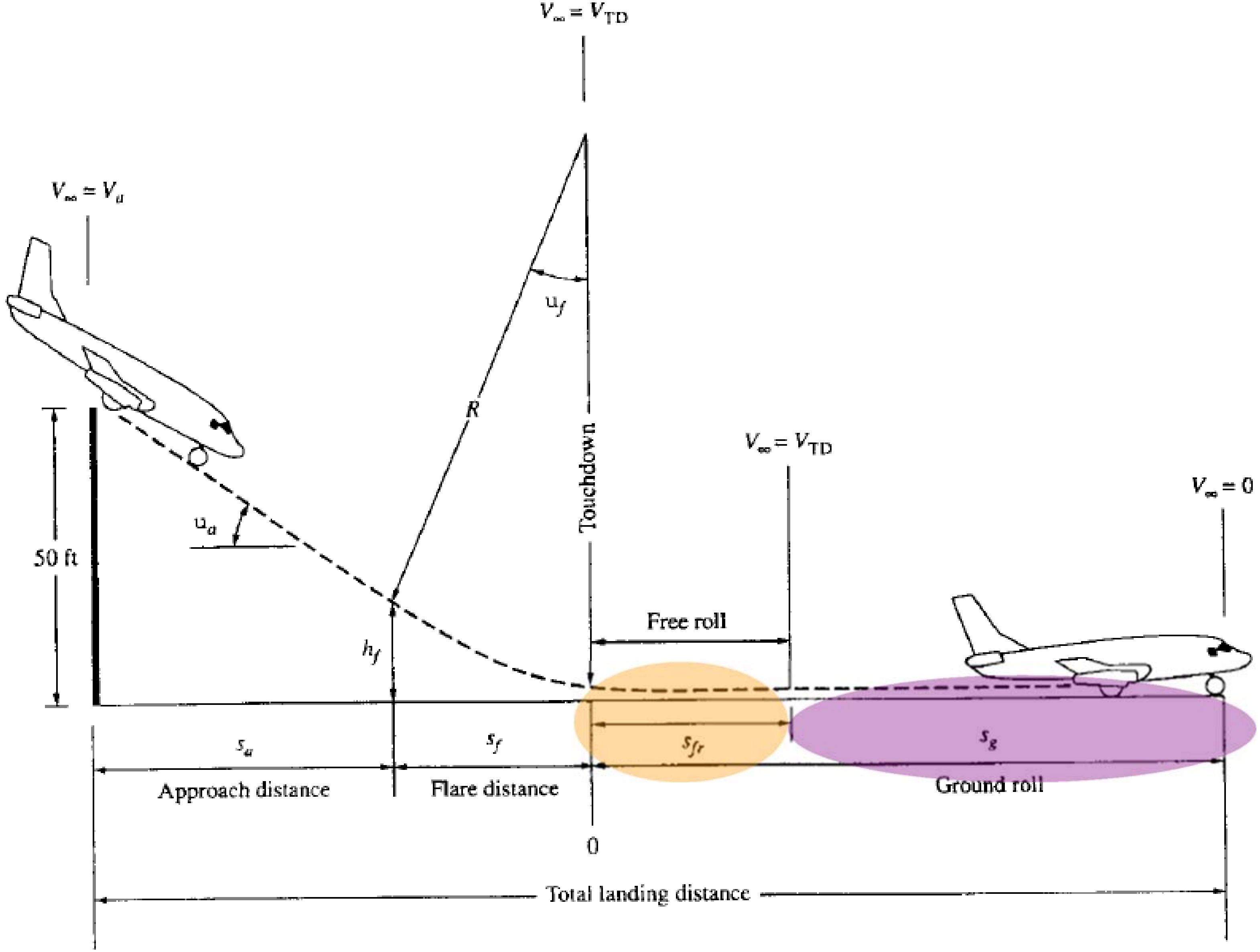


Figure 6.17 The landing path and landing distance.

Aterrizaje – Método Alternativo 2 - V

$$s_g = jN\sqrt{\frac{2}{\rho_\infty}\frac{W}{S}\frac{1}{(C_L)_{max}}} + \frac{j^2(W/S)}{g\rho_\infty(C_L)_{max}\{T_{rev}/W + D/W + \mu_r(1 - L/W)\}_{0.7V_{TD}}}$$

1. s_g increases with an increase in W/S.
2. s_g decreases with an increase in $(C_L)_{max}$.
3. s_g decreases with an increase in T_{rev}/W.
4. s_g increases with a decrease in ρ_∞.

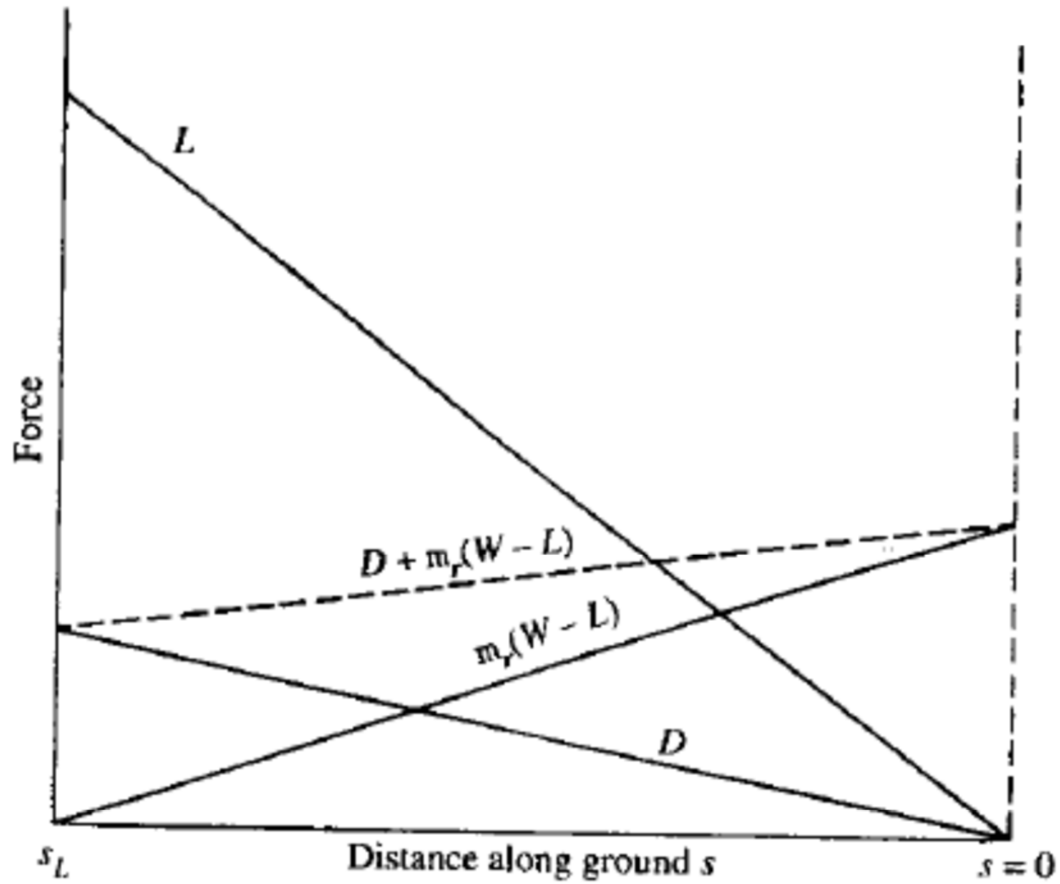


Figure 6.20 Schematic of a typical variation of forces acting on an airplane during landing.

Subida

Introducción – Actuaciones de Subida - 1

- Las actuaciones de subida, aunque supone un **porcentaje pequeño** de vuelo, representan un **segmento primordial** para la operación de las aeronaves.
- En los últimos tiempos se ha dedicado un gran esfuerzo a **minimizar** el **coste** asociado a la subida ya que el **gasto** de **combustible** asociado a llevar a un avión a la velocidad y la altura de crucero que optimizan dicha operación, puede ser muy costoso.
  - Tramos de aceleración - deceleración.
  - Aumento de los regímenes de vuelo (altura).
- Las actuaciones en subida se pueden definir mediante **dos enfoques** distintos en las que se consideran diferentes condiciones de operación:
  - **Requisitos** de **operación** derivados de las **actuaciones deseadas**
    - Velocidad vertical a nivel de mar, configuración limpia, todos los motores operativos.
    - Techo máximo para velocidad de ascenso de 100 m/s^2, para máxima velocidad vertical de 100 pies/s, configuración limpia, todos los motores operativos o un motor no operativo.
  - **Requisitos** de **aeronavegabilidad** para asegurar las **actuaciones adecuadas** para condiciones normales y críticas.
    - Gradiente mínimo en varias configuraciones (despegue, crucero y aterrizaje)
      - Un motor inoperativo, o todos los motores operativos.
      - Flaps retraídos o extendidos.
      - Vuelo en la velocidad de diseño o por encima de ella.
    - Velocidad de ascenso para una altura específica

Introducción – Actuaciones de Subida - 2

- Los requisitos de subida se pueden categorizar en cuatro grandes grupos:
  - **Velocidad** de **subida** manteniendo **velocidad** de **vuelo constante**.
  - Velocidad de subida **manteniendo velocidad** de **vuelo óptima** para subida.
  - **Pendiente** de **subida** (*climb gradient*) a una **velocidad** de vuelo **constante**.
    - **Climb gradient (%) = Velocidad de subida (fpm)/velocidad de vuelo (knots) (approx)**
      - **Velocidad de subida (climb rate)**
      - **Velocidad de vuelo (airspeed)**
  - Pendiente de subida a una velocidad de vuelo óptima para subida.
- El **Exceso de Potencia Específica (**Specific Excess Power) es una medida de la **potencia disponible** para hacer **subidas**, **aceleraciones** y **maniobras** de giro, primordiales para llegar a la altura de crucero a la velocidad y en la dirección correcta, por lo tanto un parámetro muy importante.
- Cuando la subida es constante n=L/W≈1, SEP es **aproximadamente** igual a la **velocidad** de **subida** (γ no muy grandes)

$$SEP = \frac{T-D}{W} V = \frac{V}{g}\frac{dV}{dt} + \frac{dh}{dt}$$

  - **SEP** en vuelo **horizontal** es la capacidad del avión para **aumentar** al **energía cinética**, es decir, una medida del tiempo necesario para acelerar de una velocidad a otra.
  - SEP en giro horizontal representa la maniobrabilidad y capacidad de aceleración.
- Maniobras y actuaciones de interés:
  - **Ángulo y velocidad vertical óptima.**
  - **Tiempo y combustible de subida.**

Subida - I

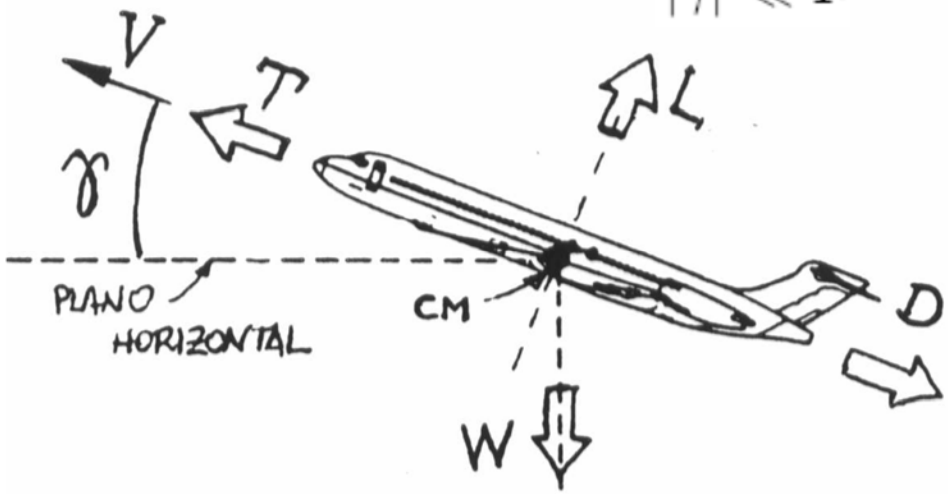
- Subida y Descenso:
  - La condición de subida o descenso es γ=constante≠0
  - Factor de carga

$$m\frac{dV}{dt} = \sum F_{x_v}, \qquad m\frac{V^2}{r} = \sum F_{z_v},$$

$$L = W\cos\gamma, \qquad T = D + W\sin\gamma,$$

$$n = \cos\gamma,$$

  - El factor de carga n<1.
  - Se utiliza la **aproximación** del **ángulo pequeño** lo cual simplifica notablemente el problema.
  - Para el caso de subida y bajada de aviones esto es bastante **común** ya que los **ángulos** de **subida** y **bajada** son bastante **pequeños** $|\gamma| \ll 1$

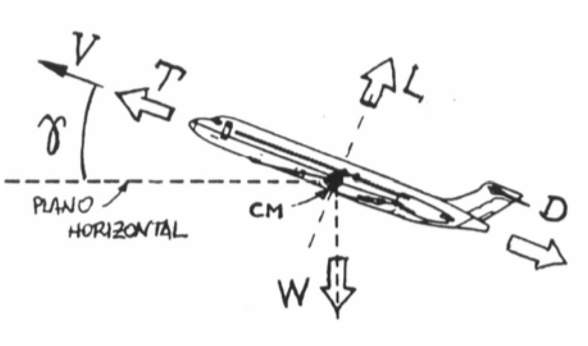


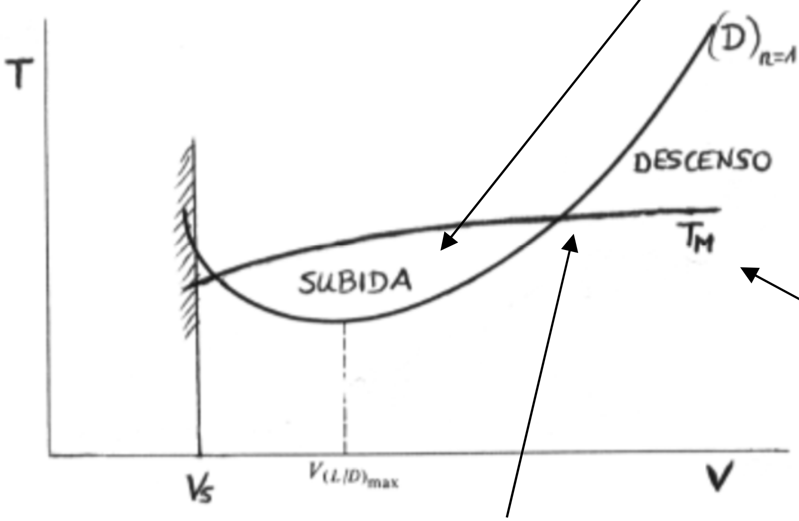
Subida - II

$$|\gamma| \ll 1 \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} L &= W\cos\gamma, \\ T &= D + W\sin\gamma, \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} L &\approx W, \\ \gamma &\approx \frac{T-D}{W}. \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \gamma \approx \frac{1}{W}\left[T - \left(\frac{1}{2}\rho V^2 S C_{D_0} + k\frac{2W^2}{\rho V^2 S}\right)\right].$$

- Esta ecuación proporciona:
  - un **relación empírica** del **empuje** necesario para **mantener**, a una **altura dada**, una subida uniforme, definida por γ y ***V***
  - indica el **valor** de γ para **cada valor** del **empuje** suministrado por el motor, a una velocidad dada:
    - el ángulo de **asiento** de **velocidad** de un avión es **controlado** mediante el **empuje** de su grupo **motopropulsor**.

el empuje necesario para vuelo horizontal, a una altura dada





el empuje necesario para vuelo horizontal, a una altura dada

el empuje suministrado por el grupo motopropulsor

Variación del empuje con la velocidad

Subida - III

- El vuelo en subida constante se suele medir en distancia vertical subida por minuto (pies o metros por minuto)
- Se suele aproximar medir con el gradiente entre la distancia vertical y la horizontal que el avión a viajado.
  - el gradiente se puede medir mediante el cociente entre la velocidad vertical y la velocidad horizontal del avión, o por tan (γ)

$$V_V = V \, \mathrm{SIN}\gamma$$
$$V_H = V \, \mathrm{COS}\gamma$$
$$G = \mathrm{TAN}\gamma = \frac{V_V}{V_H}$$

- Los gradientes de subida son solo indicativos para poder entrar en las fórmulas de diseño.
  - Transport
    - Gradiente de subida del 15% para los monomotores
    - Gradiente de subida del 6% para los bimotores con fallo de un motor
  - General Aviation
    - Gradiente de subida del 9 %
- **Se mantendrán los valores de velocidades verticales y gradientes reflejadas en el RFP (son valores mínimos)**

Subida - IV

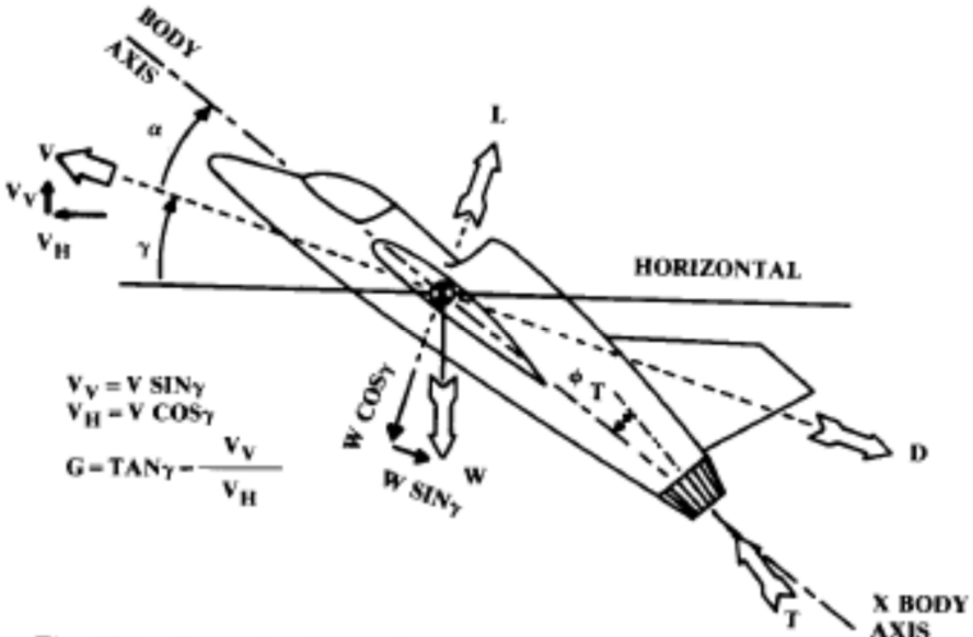


Fig. 17.1 Geometry for performance calculation.

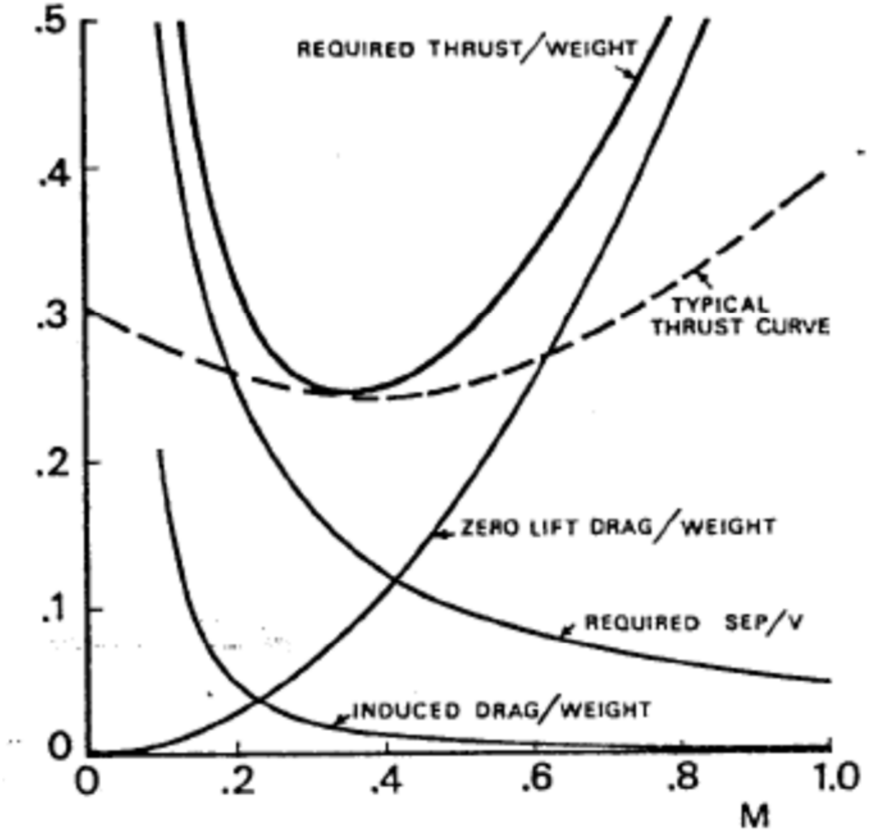


Fig. 5-12. Required thrust in a climb with specified SEP

Subida - V

- Parámetros aerodinámicos:
  - C_{D0} y K se estiman a partir de valores iniciales.
    - 3 niveles de hipótesis
      - Estimaciones preliminares.
      - Valores aproximados.
      - Valores más detallados
    - Estimados a partir de configuración limpia
- Inicialmente se **considera** que la **configuración** más **restrictiva** en el **segmento** de **subida** es al **principio** del dicho **segmento** por lo que se considera el **peso** de **subida** como el $\mathbf{W_0}$.
- Se **considera** la **aproximación** de la **velocidad horizontal** en función del **gradiente**
- Para cálculos más precisos del segmento de subida no se empleará el gradiente sino la más restrictiva definida por el RFP que es la velocidad vertical, junto con los "**best angle**" y "**best climb rate**"

Subida - VI

$$\Sigma F_x = T - D - W\sin\gamma \qquad \Sigma F_z = L - W\cos\gamma$$

$$T = D + W\sin\gamma \qquad L = W\cos\gamma$$

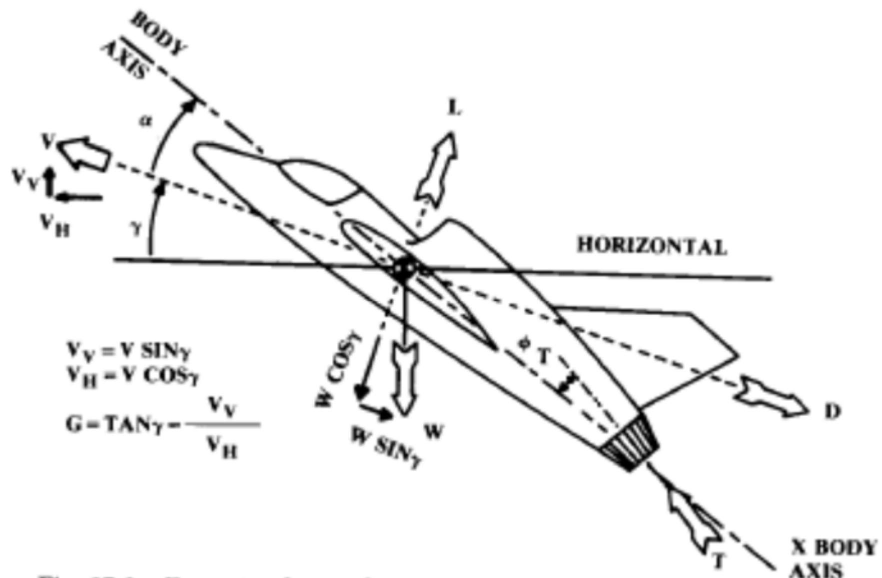


Fig. 17.1 Geometry for performance calculation.

$$\gamma = \sin^{-1}\left(\frac{T-D}{W}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{T}{W} - \frac{\cos\gamma}{L/D}\right) \cong \sin^{-1}\left(\frac{T}{W} - \frac{1}{L/D}\right)$$

Velocidad de ascenso (V_v)

$$V_v = V\sin\gamma = V\left(\frac{T-D}{W}\right) \cong V\left(\frac{T}{W} - \frac{1}{L/D}\right)$$

Velocidad para subida constante – definida en el RFP

Velocidad horizontal (V_H)

$$V_V = V\,\mathrm{SIN}\gamma$$
$$V_H = V\,\mathrm{COS}\gamma$$
$$G = \mathrm{TAN}\gamma = \frac{V_V}{V_H}$$

$$V = \sqrt{\frac{2}{\rho C_L}\left(\frac{W}{S}\right)\cos\gamma}$$

$$\frac{L}{D} = \frac{1}{\frac{qC_{D0}}{W/S} + \frac{W}{S}\frac{1}{q\pi Ae}}$$

$$\frac{T}{W} = \frac{\cos\gamma}{L/D} + \sin\gamma \cong \frac{1}{L/D} + \sin\gamma = \frac{1}{L/D} + \frac{V_v}{V}$$

Subida - VII

- Determinación gráfica
  - Las dos condiciones que interesan al diseñador son
    - La **mejor velocidad de ascenso**, la cual es la que genera **máxima velocidad vertical**.
      - **Subida** a **altura** de **crucero** en **tiempo mínimo**.
    - El **mejor ángulo de ascenso**:
      - Produce una **velocidad** vertical **ligeramente inferior** a la **velocidad** de **subida óptima**, pero a su vez es capaz de **superar obstáculos verticales en la menor distancia horizontal**.
  - Se **determinan gráficamente** los puntos de la curva asociados a la ecuación de la velocidad de ascenso:
    - **Empuje** y **Resistencia** actuales.
    - La **velocidad máxima** de **ascenso** es el **valor máximo** de la curva.
    - El **ángulo óptimo** de subida es el **punto** de **corte** de la **tangente** desde el origen de la gráfica.
    - El **ángulo** de **subida** es la **arcotangente** de la velocidad vertical dividida por la velocidad horizontal .

$$\frac{L}{D} = \frac{1}{\frac{qC_{D0}}{W/S} + \frac{W}{S}\frac{1}{q\pi Ae}}$$

$$V_v = V\sin\gamma = V\left(\frac{T-D}{W}\right) \cong V\left(\frac{T}{W} - \frac{1}{L/D}\right)$$

$$\frac{T}{W} = \frac{\cos\gamma}{L/D} + \sin\gamma \cong \frac{1}{L/D} + \sin\gamma = \frac{1}{L/D} + \frac{V_v}{V}$$

$$V = \sqrt{\frac{2}{\rho C_L}\left(\frac{W}{S}\right)\cos\gamma}$$

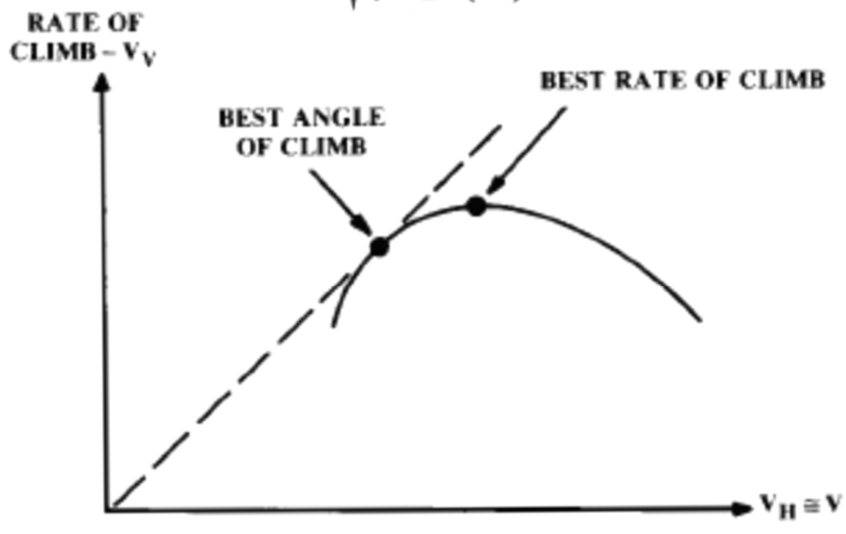


Fig. 17.3 Graphical method for best climb.

$$V_V = V\ \mathrm{SIN}\gamma$$
$$V_H = V\ \mathrm{COS}\gamma$$
$$G = \mathrm{TAN}\gamma = \frac{V_V}{V_H}$$

Subida - VII

Como calcular diagrama V_V vs. V_H
En función de δ_T

Jet

$$V_V = V\sin\gamma = V\left(\frac{T-D}{W}\right) \cong V\left(\frac{T}{W} - \frac{1}{L/D}\right)$$

$$\frac{L}{D} = \frac{1}{\frac{qC_{D_0}}{W/S} + \frac{W}{qS}\frac{1}{\pi ARe}}$$

Fijar posición palanca - δ_T

$$T = \delta_T T_{SL}\left(1 + \frac{\gamma-1}{2}M^2\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\left(1{,}00 \ - 0{,}49\sqrt{M}\right)\frac{\rho}{\rho_{SL}}$$

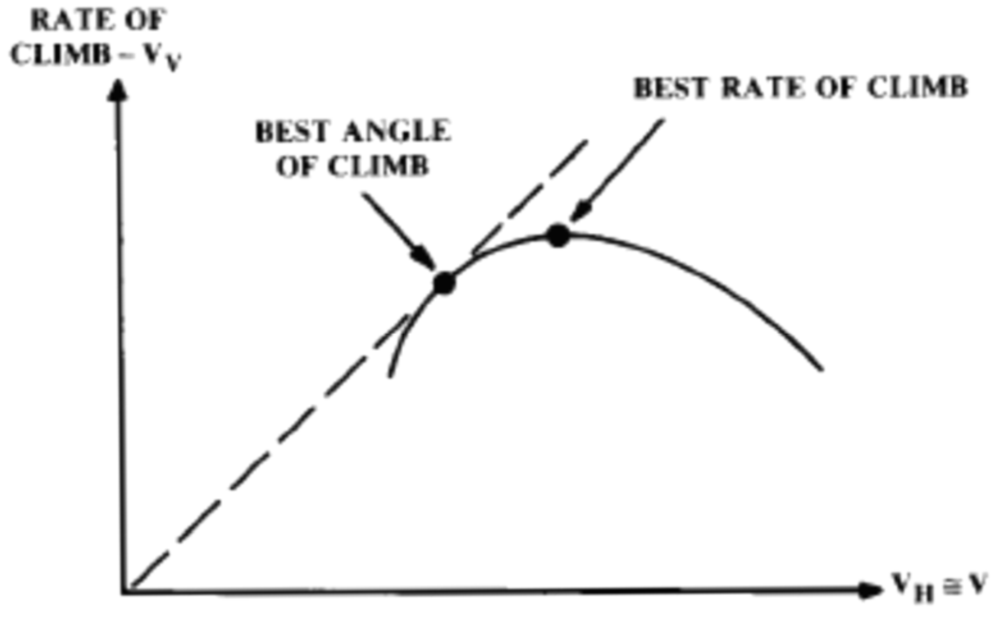


Fig. 17.3 Graphical method for best climb.

Prop

$$V_V = V\sin\gamma = V\left(\frac{T-D}{W}\right) = \left(\frac{VT}{W} - \frac{VD}{W}\right) = P_{AV} - P_{REQ}$$

Fijar posición palanca - δ_T

$$P = \delta_T P_{SL}\left(1 + \frac{\gamma-1}{2}M^2\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\frac{p}{p_{SL}}$$

P_{AV} - potencia disponible siendo $P_{AV} = P\eta_P$
P_{REQ} - potencia necesaria

Ángulo y velocidad vertical óptima – I - Jet

- La optimización de la subida solo determina la velocidad necesaria para optimizar la subida a una altura específica.
- Determinación de la velocidad para volar al ángulo velocidad de subida óptima es bastante complicado:
  - Para aviones de reacción **el ángulo óptimo de subida**:
    - T≈cte con velocidad, por lo que puede ser maximizada para las condiciones de ángulo óptimo de subida.

$$\gamma = \sin^{-1}\left(\frac{T-D}{W}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{T}{W} - \frac{\cos\gamma}{L/D}\right) \cong \sin^{-1}\left(\frac{T}{W} - \frac{1}{L/D}\right) \Rightarrow \frac{L}{D} = \frac{1}{\frac{qC_{D_0}}{W/S} + \frac{W}{S}\frac{1}{q\pi Ae}}$$

    - T/W ≈cte con velocidad, la velocidad óptima para L/D óptimo es la velocidad para maximizar el ángulo de subida

$$V_{\substack{\text{min thrust}\\ \text{or drag}}} = \sqrt{\frac{2W}{\rho S}\sqrt{\frac{K}{C_{D_0}}}}$$

  - La **velocidad de subida óptima (max)** se obtiene mediante maximización de:

$$V_v = V\sin\gamma = V\left(\frac{T-D}{W}\right) \cong V\left(\frac{T}{W} - \frac{1}{L/D}\right) \longrightarrow V_v = V\left(\frac{T-D}{W}\right) = V\left(\frac{T}{W}\right) - \frac{\rho V^3 C_{D_0}}{2(W/S)} - \frac{2K}{\rho V}\left(\frac{W}{S}\right)$$

    - Asumiendo que γ es lo suficientemente pequeño: L ≈W

$$\frac{\partial V_v}{\partial V} = 0 = \frac{T}{W} - \frac{3\rho V^2 C_{D_0}}{2(W/S)} + \frac{2K}{\rho V^2}\left(\frac{W}{S}\right) \Rightarrow V = \sqrt{\frac{W/S}{3\rho C_{D_0}}\left[T/W + \sqrt{(T/W)^2 + 12C_{D_0}K}\right]} \Rightarrow V_v = V\sin\gamma$$

Ángulo y velocidad vertical óptima – I - Prop

- Para aviones de motor alternativo el ángulo óptimo de subida

$$T = P\eta_p/V = 550 \text{ bhp } \eta_p/V \Rightarrow \gamma = \sin^{-1}\left(\frac{T-D}{W}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{T}{W} - \frac{\cos\gamma}{L/D}\right) \cong \sin^{-1}\left(\frac{T}{W} - \frac{1}{L/D}\right)$$

$$\gamma = \sin^{-1}\left[\frac{P\eta_p}{VW} - \frac{D}{W}\right] = \sin^{-1}\left[\frac{550\,\text{bhp } \eta_p}{VW} - \frac{D}{W}\right] \Rightarrow \frac{\partial \gamma}{\partial V}$$

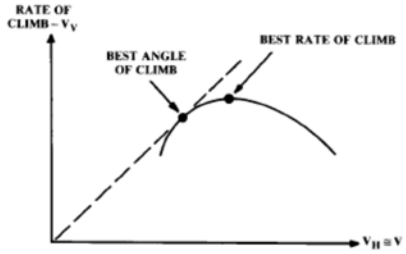


Fig. 17.3 Graphical method for best climb.

Ángulo de subida optima ≈ 85%-90% de la velocidad subida óptima

- Las **velocidades optimas suelen producir valores muy pequeños**, incluso **inferiores a la de entrada en perdida**, para las que la polar parabólica de coeficientes contantes no es válida debido a la resistencia debido a la separación a ángulos de ataque elevados.
- Los métodos gráficos son mucho más efectivos.
- Para aviones de motor alternativo la velocidad de subida óptima se obtiene mediante maximización de

Velocidad vertical óptima (best climb rate)

$$T = P\eta_p/V = 550 \text{ bhp } \eta_p/V \Rightarrow V_v = V\sin\gamma = V\left(\frac{T-D}{W}\right) \cong V\left(\frac{T}{W} - \frac{1}{L/D}\right)$$

$$V_v = V\sin\gamma = \frac{P\eta_p}{W} - \frac{DV}{W} = \frac{550\,\text{bhp } \eta_p}{W} - \frac{DV}{W}$$

Tiempo y combustible de subida.

- El tiempo necesario para llegar a una altitud dada es igual al cambio de altitud dividida por la velocidad vertical:

$$dt = \frac{dh}{V_v}$$

- El combustible consumido es el producto del empuje, el consumo específico, y el tiempo de subida.

$$dW_f = -CT\,dt \qquad C = C_{power}\frac{V}{\eta_p} = C_{bhp}\frac{V}{550\ \eta_p}$$

- A medida que el avión asciende, la **densidad**, el **peso del avión**, la **resistencia**, en **consumo específico** y la **velocidad de ascenso óptima varían con la subida**.
- Aproximación para pequeños cambios en altitud
  - Para un peso específico y empuje constante, la velocidad de ascenso se puede definir:

$$V_v = V_{v_i} - a(h_{i+1} - h_i)$$

$$a = \frac{V_{v_2} - V_{v_1}}{h_2 - h_1}$$

Best vertical climb velocity

$$V_v = V\left(\frac{T-D}{W}\right) = V\left(\frac{T}{W}\right) - \frac{\rho V^3 C_{D0}}{2(W/S)} - \frac{2K}{\rho V}\left(\frac{W}{S}\right)$$ Jet

$$V_v = V\sin\gamma = \frac{P\,\eta_p}{W} - \frac{DV}{W} = \frac{550\,\text{bhp}\ \eta_p}{W} - \frac{DV}{W}$$ Piston

  - Discretizando los segmentos de subida en tramos inferiores a 5000 pies, el combustible consumido es despreciable con respecto a la masa total del avión por lo que se puede despreciar en la integración:

$$V_v = V_{v_i} - a(h_{i+1} - h_i) \Rightarrow dt = \frac{dh}{V_v} \Rightarrow t_{i+1} - t_i = \frac{1}{a}\ln\left(\frac{V_{v_i}}{V_{v_{i+1}}}\right)$$

integrando

$$\Delta W_{fuel} = (-CT)_{average}(t_{i+1} - t_i)$$

Planeo

Vuelo Simétrico PV – Planeo - I

- Planeo:
  - El planeo es un caso particular de descenso, aquél en que el empuje suministrado en nulo.
  - Las ecuaciones del movimiento son

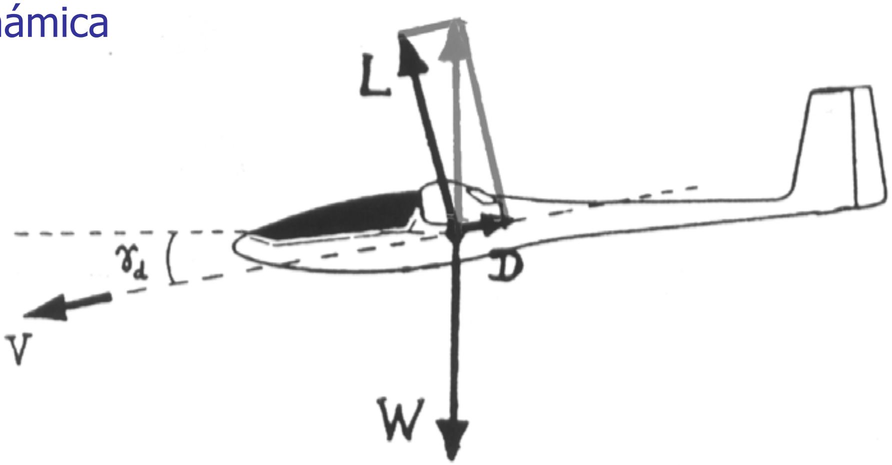
$$L = W \cos\gamma_d, \quad D = W \sin\gamma_d, \quad \Rightarrow \quad \gamma_d = -\gamma$$

Ángulo de planeo (descenso)

  - Estas expresiones indican que, para tener una condición de planeo uniforme, la fuerza aerodinámica debe ser vertical para equilibrar al peso.

Eficiencia aerodinámica

$$\tan\gamma_d = \frac{D}{L} = \frac{C_D}{C_L} = \frac{1}{E(\alpha)},$$

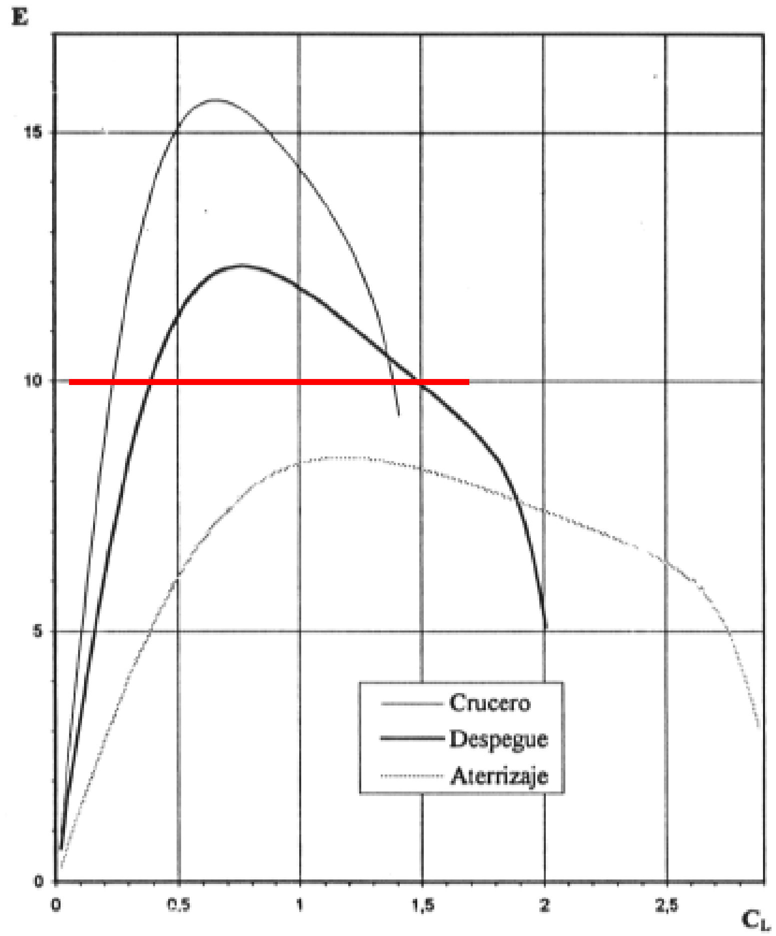


Vuelo Simétrico PV – Planeo - II

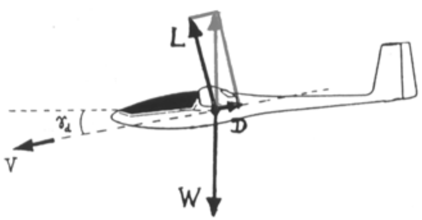
- Si se considera el caso en el que $\gamma_d << 1$, lo cual es adecuado cuando E es grande (los veleros) por tanto, las ecuaciones del planeo se reducen a

$$\begin{aligned} L &= W\cos\gamma_d, \\ D &= W\sin\gamma_d, \end{aligned} \quad \Longrightarrow \quad \begin{aligned} L &\approx W, \\ D &\approx W\gamma_d, \end{aligned} \quad \Longrightarrow \quad \gamma_d \approx \frac{1}{E(\alpha)}.$$

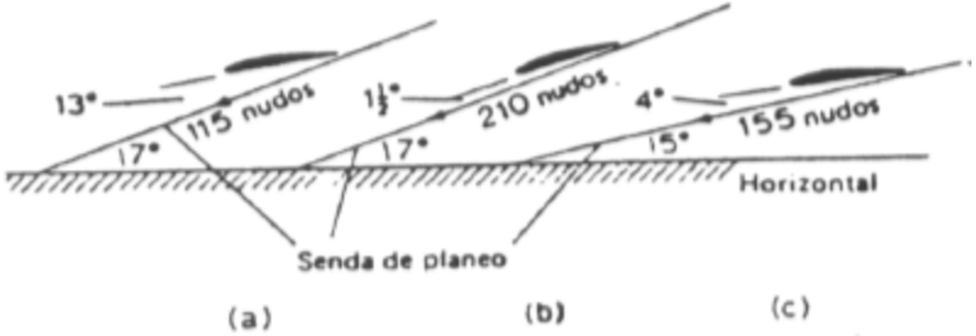
- La eficiencia aerodinámica depende del ángulo de ataque, por lo que se tiene que, en general, para una eficiencia aerodinámica dada existen dos condiciones de planeo distintas.
  - El ángulo de planeo mínimo está definido por la eficiencia máxima.
    - Para cada avión existe una eficiencia aerodinámica máxima por lo que el ángulo de planeo mínimo es a su vez una característica propia de cada avión

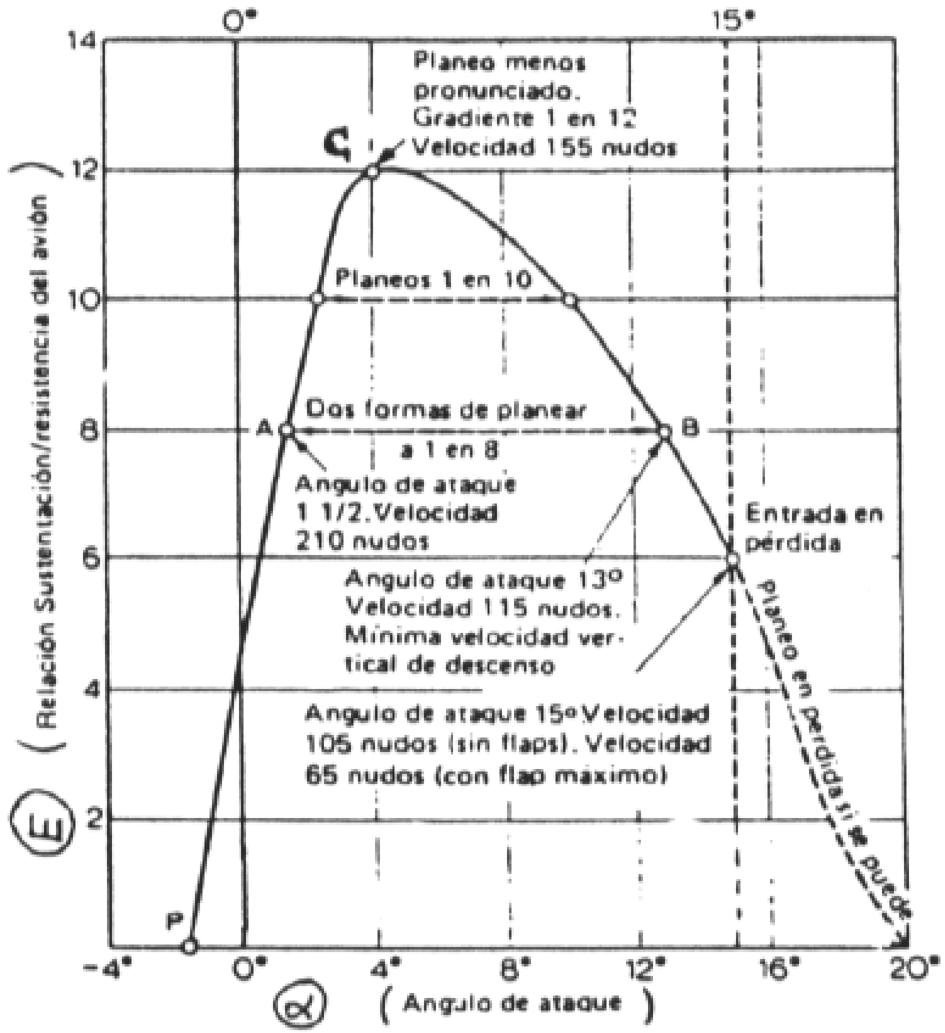


$$\gamma_{d_{min}} \approx \frac{1}{E_{max}}. \quad \Longrightarrow$$



Vuelo Simétrico PV – Planeo - III





Vuelo Simétrico PV – Planeo - IV

- La velocidad de descenso del planeador, V_d, esto es, la altura perdida por unidad de tiempo, viene dada por

$$V_d = V \sin \gamma_d \approx V \gamma_d.$$

- La velocidad de descenso mínima se puede obtener derivando la ecuación anterior respecto de V.

$$V_d = V \sin \gamma_d \approx V \gamma_d.$$

$$L \approx W, \qquad D \approx W \gamma_d,$$

$$\gamma_d = \frac{1}{W}\left(\frac{1}{2}\rho V^2 S C_{D_0} + k\frac{2W^2}{\rho V^2 S}\right)$$

$$V_d = V \frac{1}{W}\left(\frac{1}{2}\rho V^2 S C_{D_0} + k\frac{2W^2}{\rho V^2 S}\right)$$

- Esta ecuación puede escribirse en la forma

$$V_{d_{min}} = \frac{2}{3^{\frac{3}{4}}}\frac{1}{E_{max}}\left(\frac{2W}{\rho S C_{L_{opt}}}\right)^{\frac{1}{2}}$$

Vuelo Simétrico PV – Planeo - V

$$D = W \sin\gamma$$

$$L = W \cos\gamma$$

$$\gamma_d = -\gamma$$

$$\frac{L}{D} = \frac{W\cos\gamma}{W\sin\gamma} = \frac{1}{\tan\gamma} \cong \frac{1}{\gamma}$$

Tasa de planeo - Glide ratio

Glide ratio = $D_{horizontal}/D_{vertical}$ = L/D

Para maximizar el alcance -> L/D_{max}

$$V_{\max L/D} = \sqrt{\frac{2W}{\rho S}\sqrt{\frac{K}{C_{D0}}}}$$

$$C_{L\max L/D} = \sqrt{\frac{C_{D0}}{K}}$$

$$\left(\frac{L}{D}\right)_{\max} = \frac{1}{2\sqrt{C_{D0}K}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi A e}{C_{D0}}}$$

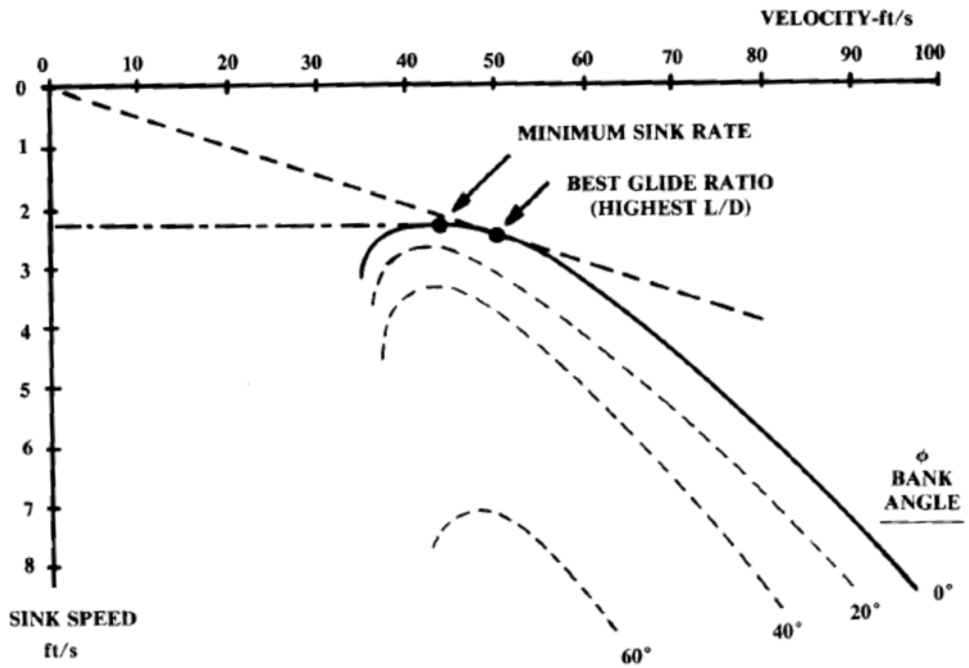


Fig. 17.6 Sailplane sink rate.

Vuelo Simétrico PV – Planeo - VI

Maximizar la autonomía reducir la tasa de descenso (sink rate)

$$V_v = V\sin\gamma = \sin\gamma\sqrt{\left(\frac{W}{S}\right)\frac{2\cos\gamma}{\rho C_L}}$$

$$\sin\gamma = \frac{D}{L}\cos\gamma = \frac{C_D}{C_L}\cos\gamma$$

$$V_v = \sqrt{\frac{W}{S}\frac{2\cos^3\gamma C_D^2}{\rho C_L^3}} \cong \sqrt{\frac{W}{S}\frac{2}{\rho(C_L^3/C_D^2)}}$$

C_L para mínima tasa de descenso

$$\frac{\partial}{\partial C_L}\left(\frac{C_L^3}{C_D^2}\right) = \frac{\partial}{\partial C_L}\left(\frac{C_L^3}{(C_{D_0}+KC_L^2)^2}\right) = 0$$

$$C_{L\,\text{min sink}} = \sqrt{\frac{3C_{D0}}{K}}$$

$$V_{\text{min sink}} = \sqrt{\frac{2W}{\rho S}\sqrt{\frac{K}{3C_{D0}}}}$$

$$\left(\frac{L}{D}\right)_{\text{min sink}} = \sqrt{\frac{3}{16KC_{D0}}} = \sqrt{\frac{3\pi Ae}{16C_{D0}}}$$

Vuelo Simétrico PV – Planeo - VII

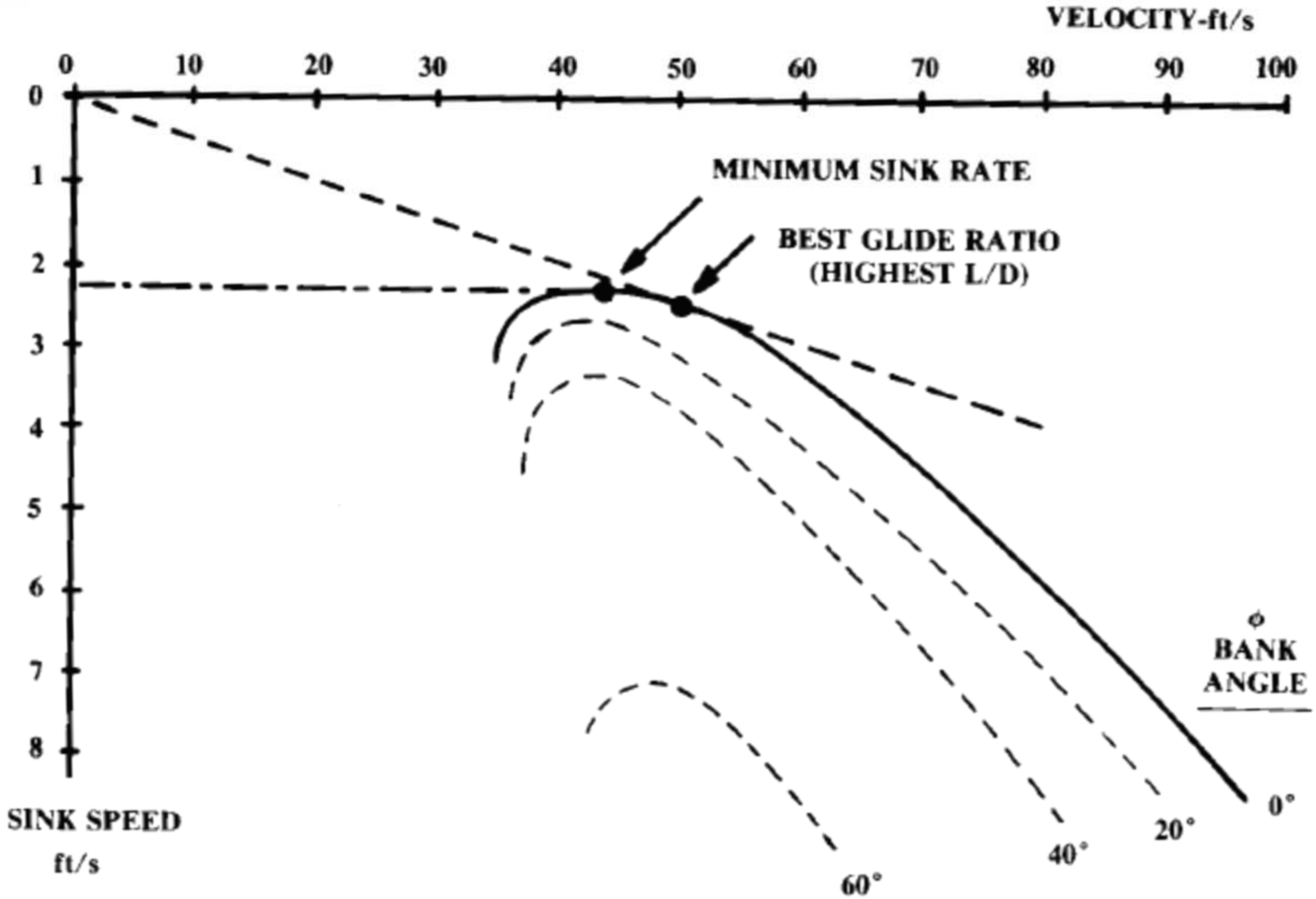


Fig. 17.6 Sailplane sink rate.

Vuelo en Planeo

$$L = W\cos\gamma_d \qquad D = W\sin\gamma_d$$

$$\tan\gamma_d = \frac{\sin\gamma_d}{\cos\gamma_d} \qquad \tan\gamma_d = \frac{D}{L} = \frac{1}{E}$$

$$\cos\gamma_d \approx 1 \qquad \sin\gamma_d \approx \gamma_d$$

$$\tan\gamma_d \approx \gamma_d \approx \frac{1}{E}$$

Maximizar Alcance

$$x_{MAX} \rightarrow \gamma_d \approx \frac{1}{E_{MAX}}$$

$$E_{MAX} = \frac{1}{2\sqrt{kC_{D_0}}}$$

$$\gamma_{d_{MAXALCANCE}} \approx \frac{1}{E_{MAX}} = 2\sqrt{kC_{D_0}}$$

Velocidad de Descenso

$$V_d = V\sin\gamma_d \approx V\gamma_d.$$

$$V_d = V\sin\gamma_d \approx V\gamma_d = \frac{V}{W}\left(\frac{1}{2}\rho V^2 SC_{D_0} + k\frac{2W^2}{\rho V^2 S}\right)$$

Minimizar Velocidad de Descenso

$$\frac{dV_d}{dV} = \frac{d}{dV}\left(\frac{V}{W}\left(\frac{1}{2}\rho V^2 SC_{D_0} + k\frac{2W^2}{\rho V^2 S}\right)\right) = \frac{3}{2}\frac{\rho SC_{D_0}V^2}{W} - \frac{2kW}{\rho SV^2}$$

$$a = \frac{3}{2}\frac{\rho SC_(D_0)}{W} \qquad b = \frac{2kW}{\rho S}$$

$$aV^4 - b = \longrightarrow V = \left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{1}{4}}$$

$$V = \left(\frac{4}{3}\frac{kW^2}{\rho^2 S^2 C_{D_0}}\right)^{\frac{1}{4}}$$

$$V_{d_{MIN}} = \frac{4\sqrt{2}kW}{3\rho S}\left(\frac{3\rho^2 S^2 C_{D_0}}{kW^2}\right)^{\frac{1}{4}}$$

$$V_{d_{min}} = \frac{2}{3^{\frac{3}{4}}}\frac{1}{E_{max}}\left(\frac{2W}{\rho SC_{L_{opt}}}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\gamma_{d_{MAXAUTONOMIA}} = \frac{4k}{3}\left(\frac{3C_{D_0}}{k}\right)^{\frac{1}{2}}$$

Virajes Nivelados - I

- Los **virajes nivelados** son importantes a la hora de hacer **maniobras**.
- Nos **interesa no perder energía potencial** cuando maniobramos, ya que si no tendremos que **recuperarla mediante subidas** y **aceleraciones**.
- En los **virajes nivelados** el **avión** tiene una **actitud** en la que el **ángulo** de **balance contribuye** a que haya una **componente horizontal** de la **sustentación** que actúa como la fuerza centrípeta necesaria para poder mantener un giro.
  - La sustentación del ala tiene componentes horizontal y vertical.

Turn rate $\dot{\psi} = \dfrac{W\sqrt{n^2-1}}{(W/g)V} = \dfrac{g\sqrt{n^2-1}}{V}$ rads/sec

- Nos interesan la **velocidad** de giro **instantánea** y los virajes con **velocidad** de giro **mantenienda**.

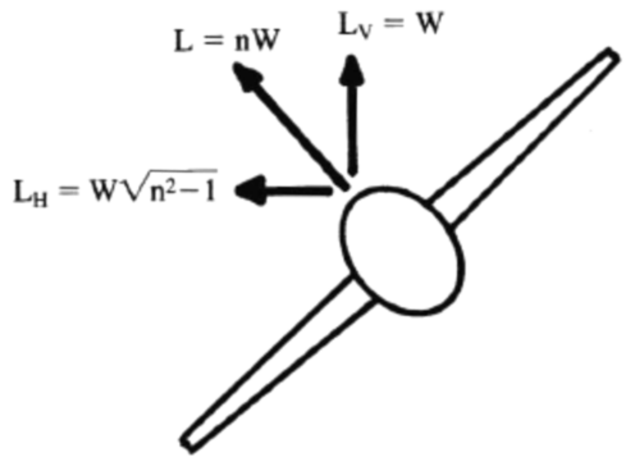
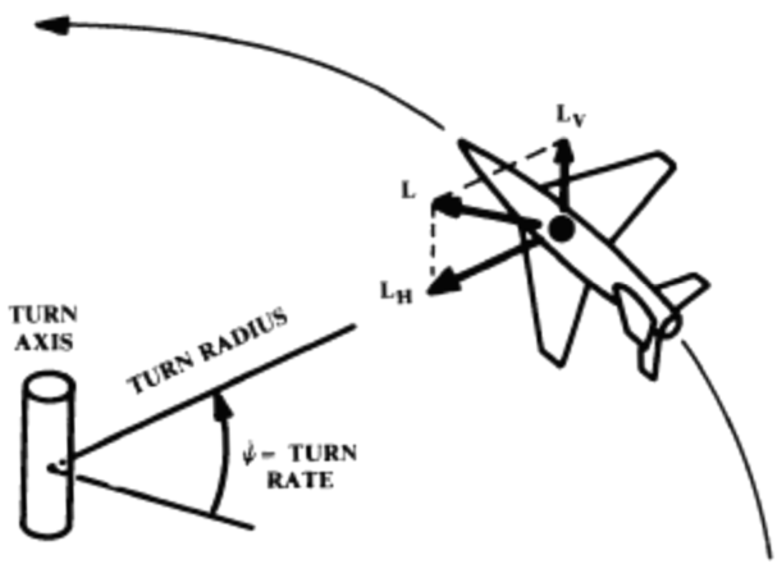


Fig. 17.5 Level turn geometry.



Virajes Nivelados - II

- La velocidad de giro instantánea define la condición en la que el avión reduce su velocidad durante el giro para maximizar dicha maniobra:
  - El **factor de carga** está delimitado por el **coeficiente** de **sustentación máximo** o los **límites estructurales** del avión.
- Durante un viraje con velocidad de giro mantenida, **no se permite que el avión pierda ni velocidad ni altura**:
  - El factor de carga máxima asumiendo que el eje de empuje está aproximadamente alineado con la dirección de vuelo

$$n = (T/W)(L/D) \longrightarrow C_L = nW/qS \longrightarrow n = \sqrt{\frac{q}{K(W/S)}\left(\frac{T}{W} - \frac{qC_{D_0}}{W/S}\right)}$$

Emplear factores de carga (n) definidos en el RFP

  - El factor de carga para giro mantenido puede maximizarse volando con eficiencia aerodinámica max (L/Dmax)
    - Para Jet

$$V_{\substack{\text{min thrust}\\ \text{or drag}}} = \sqrt{\frac{2W}{\rho S}\sqrt{\frac{K}{C_{D_0}}}} \qquad C_{L_{\substack{\text{min thrust}\\ \text{or drag}}}} = \sqrt{\frac{C_{D_0}}{K}}$$

    - Para Prop

$$V_{\substack{\text{min}\\ \text{power}}} = \sqrt{\frac{2W}{\rho S}\sqrt{\frac{K}{3C_{D_0}}}} \qquad C_{L_{\substack{\text{min}\\ \text{power}}}} = \sqrt{\frac{3C_{D_0}}{K}}$$

Virajes Nivelados - III

- Se asume que los vuelos de viraje nivelados se efectúan con **configuración** de **máxima autonomía**.
- La velocidad para potencia mínima es aproximadamente **0.76 V min empuje.**
  - **CL min potencia** 73% superior que CL min empuje
  - $C_{Di} = 3C_{Do}$
  - $C_D = 4\ C_{Do}$
- Con potencia mínima sevuela a menor velocidad
  - L/D = 0.866 L/D max

Emplear factores de carga (n) definidos en el RFP como límite para definir actuaciones máximas

Factor de carga máximo viene dado por W/S y T/W

$$n = \sqrt{\frac{q}{K(W/S)}\left(\frac{T}{W} - \frac{qC_{D_0}}{W/S}\right)}$$

Virajes Nivelados - IV

- q se determina a partir de la velocidad y altitud de vuelo de máxima autonomía de cada configuración
- C_{D0} y K se estiman a partir de valores iniciales.
  - 3 niveles de hipótesis
    - Estimaciones preliminares.
    - Valores aproximados.
    - Valores más detallados.
- Ratios de W_l/W_0 se determinan a partir del estudio de fracciones de pesos preliminar.
- Ratio de Empuje en autonomía:
  - Hay que determinar cual es la combinación de planta motora que ofrece el empuje necesario para volar en crucero pero con el menor gasto de combustible.
    - Hipótesis :
      - Primera hipótesis se puede emplear la derivación de planta motora a Throttle 1
      - Buscar la configuración de planta motora que optimiza el gasto de combustible.

Viraje Estacionario - I

$$0 = -(C_{D_0} + C_{D_\alpha}\alpha_1 + C_{D_{i_h}} i_{h_1} + C_{D_{\delta_e}}\delta_{e_1})\bar{q}_1 S + T_1\cos(\phi_T + \alpha_1)$$

$$mU_1R_1 - mg\sin\phi_1 = (C_{y_\beta}\beta_1 + C_{Y_r}\frac{R_1 b}{2U_1} + C_{y_{\delta_a}}\delta_{a_1} + C_{y_{\delta_r}}\delta_{r_1})\bar{q}_1 S$$

$$-mU_1Q_1 - mg\cos\phi_1 = -(C_{L_0} + C_{L_\alpha}\alpha_1 + C_{L_q}\frac{Q_1\bar{c}}{2U_1} + C_{L_{i_h}} i_{h_1} + C_{L_{\delta_e}}\delta_{e_1})\bar{q}_1 S - T_1\sin(\phi_T + \alpha_1)$$

$$(I_{zz} - I_{yy})R_1Q_1 = (C_{l_\beta}\beta_1 + C_{l_r}\frac{R_1 b}{2U_1} + C_{l_{\delta_a}}\delta_{a_1} + C_{l_{\delta_r}}\delta_{r_1})\bar{q}_1 Sb$$

$$-I_{xz}R_1^2 = (C_{m_0} + C_{m_\alpha}\alpha_1 + C_{m_q}\frac{Q_1\bar{c}}{2U_1} + C_{m_{i_h}} i_{h_1} + C_{m_{\delta_e}}\delta_{e_1})\bar{q}_1 S\bar{c}$$

$$I_{xz}Q_1R_1 = (C_{n_\beta}\beta_1 + C_{n_r}\frac{R_1 b}{2U_1} + C_{n_{\delta_a}}\delta_{a_1} + C_{n_{\delta_r}}\delta_{r_1})\bar{q}_1 Sb$$

Sin asimetrías propulsivas, y con la línea de empuje neto pasa por el Xcg

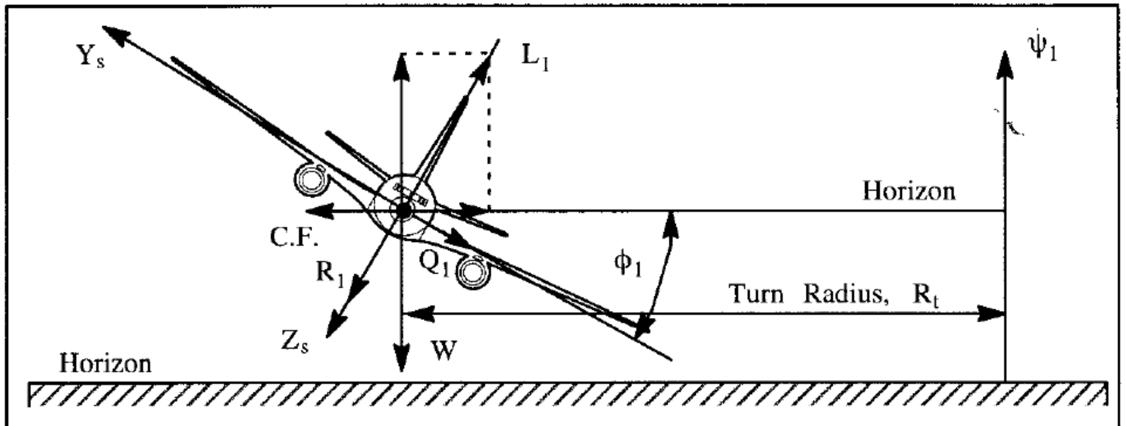


Figure 4.17 Geometry of the Steady, Level Turn

$$P_1 = 0$$

$$Q_1 = \dot{\psi}_1 \sin\phi_1$$

$$R_1 = \dot{\psi}_1 \cos\phi_1$$

$$M_{T_1} = L_{T_1} = N_{T_1} = F_{T_{y_1}} = 0$$

Viraje Estacionario - II

Condiciones de equilibrio en Viraje Estacionario

Turn radius

$$W = L\cos\phi_1 \;\Rightarrow\; U_1 = R_t\dot{\psi}_1 \;\Rightarrow\; R_t = \frac{U_1^{\,2}}{g\tan\phi_1} \;\Leftarrow\; n = 1/\cos\phi_1$$

$$\dot{\psi}_1 = \frac{g\tan\phi_1}{U_1}$$

Turn rate

$$Q_1 = \frac{g\sin^2\phi_1}{U_1\cos\phi_1} = \frac{g}{U_1}\left(n - \frac{1}{n}\right)$$

and

$$R_1 = \frac{g\sin\phi_1}{U_1} = \frac{g}{nU_1}\sqrt{n^2 - 1}$$

$$L = nW$$

Factor de carga

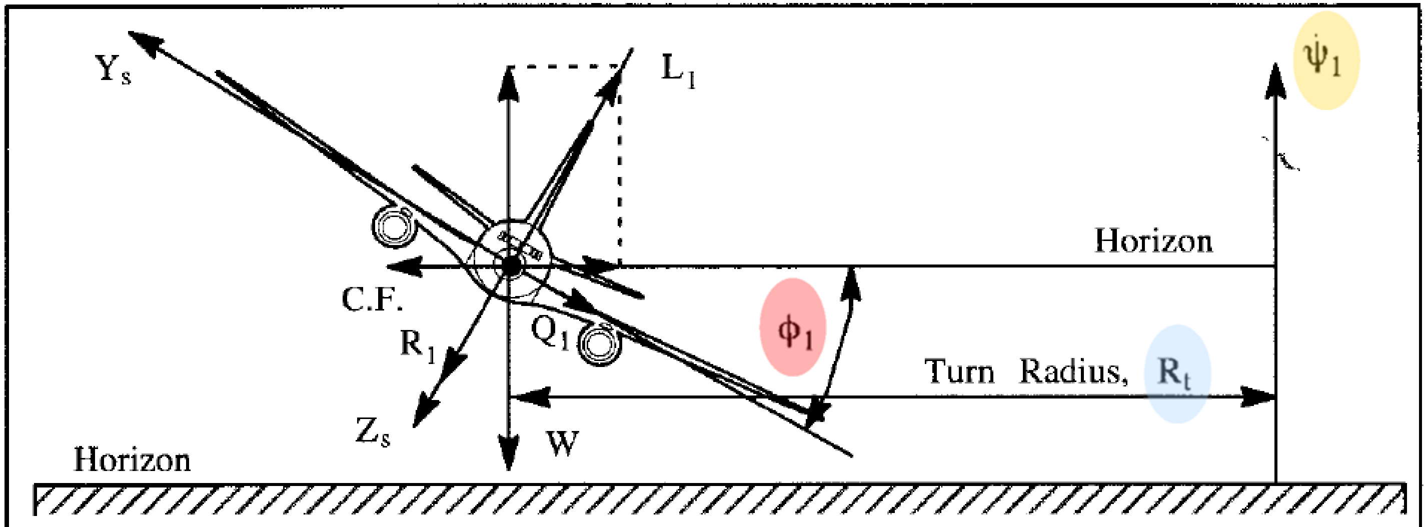


Figure 4.17 Geometry of the Steady, Level Turn

Viraje Estacionario - III

$$mU_1R_1 - mg\sin\phi_1 = (C_{y_\beta}\beta_1 + C_{Y_r}\frac{R_1b}{2U_1} + C_{y_{\delta_a}}\delta_{a_1} + C_{y_{\delta_r}}\delta_{r_1})\bar{q}_1S$$

$$(I_{zz} - I_{yy})R_1Q_1 = (C_{l_\beta}\beta_1 + C_{l_r}\frac{R_1b}{2U_1} + C_{l_{\delta_a}}\delta_{a_1} + C_{l_{\delta_r}}\delta_{r_1})\bar{q}_1Sb$$

$$I_{xz}Q_1R_1 = (C_{n_\beta}\beta_1 + C_{n_r}\frac{R_1b}{2U_1} + C_{n_{\delta_a}}\delta_{a_1} + C_{n_{\delta_r}}\delta_{r_1})\bar{q}_1Sb$$

Lateral directional-equations

$$\begin{bmatrix} C_{y_\beta} & C_{y_{\delta_a}} & C_{y_{\delta_r}} \\ C_{l_\beta} & C_{l_{\delta_a}} & C_{l_{\delta_r}} \\ C_{n_\beta} & C_{n_{\delta_a}} & C_{n_{\delta_r}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \beta \\ \delta_a \\ \delta_r \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -C_{y_r}\dfrac{bg\sin\phi}{2U_1^2} \\ \dfrac{(I_{zz} - I_{yy})g^2\sin^3\phi}{\bar{q}_1SbU_1^2\cos\phi} - C_{l_r}\dfrac{bg\sin\phi}{2U_1^2} \\ \dfrac{I_{xz}g^2\sin^3\phi}{\bar{q}_1SbU_1^2\cos\phi} - C_{n_r}\dfrac{bg\sin\phi}{2U_1^2} \end{Bmatrix}$$

Viraje Estacionario - IV

$$\beta_1 = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & C_{y_{\delta_a}} & C_{y_{\delta_r}} \\ b_{11} & C_{l_{\delta_a}} & C_{l_{\delta_r}} \\ c_{11} & C_{n_{\delta_a}} & C_{n_{\delta_r}} \end{vmatrix}}{\Delta}$$

$$\text{where : } \Delta = \begin{vmatrix} C_{y_\beta} & C_{y_{\delta_a}} & C_{y_{\delta_r}} \\ C_{l_\beta} & C_{l_{\delta_a}} & C_{l_{\delta_r}} \\ C_{n_\beta} & C_{n_{\delta_a}} & C_{n_{\delta_r}} \end{vmatrix}$$

$$\delta_{a_1} = \frac{\begin{vmatrix} C_{y_\beta} & a_{11} & C_{y_{\delta_r}} \\ C_{l_\beta} & b_{11} & C_{l_{\delta_r}} \\ C_{n_\beta} & c_{11} & C_{n_{\delta_r}} \end{vmatrix}}{\Delta}$$

$$\text{and : } a_{11} = -C_{y_r}\frac{bg\sin\phi}{2U_1^{\,2}}$$

$$b_{11} = \frac{(I_{zz} - I_{yy})g^2\sin^3\phi}{\bar{q}_1 S b U_1^{\,2}\cos\phi} - C_{l_r}\frac{gb\sin\phi}{2U_1^{\,2}}$$

$$c_{11} = \frac{I_{xz}g^2\sin^3\phi}{\bar{q}_1 S b U_1^{\,2}\cos\phi} - C_{n_r}\frac{gb\sin\phi}{2U_1^{\,2}}$$

$$\delta_{r_1} = \frac{\begin{vmatrix} C_{y_\beta} & C_{y_{\delta_a}} & a_{11} \\ C_{l_\beta} & C_{l_{\delta_a}} & b_{11} \\ C_{n_\beta} & C_{n_{\delta_a}} & c_{11} \end{vmatrix}}{\Delta}$$

Viraje Estacionario - V

- A standard holding pattern uses right-hand turns and takes approximately 4 minutes to complete:
  - one minute for each 180 degree turn,
  - and two one-minute straight ahead sections).
  - Deviations from this pattern can happen if long delays are expected; longer legs (usually two or three minutes) may be used, or aircraft with distance measuring equipment (DME) may be assigned patterns with legs defined in nautical miles rather than minutes.
  - Less frequent turns are more comfortable for passengers and crew. Additionally, left-hand turns may be assigned to some holding patterns if there are airspace or traffic restrictions nearby.
- Aircraft flying in circles is an inefficient (and hence costly) usage of time and fuel, so measures are taken to limit the amount of holding necessary.
- Many aircraft have a specific *holding speed* published by the manufacturer; this is a lower speed at which the aircraft uses less fuel per hour than normal cruise speeds. A typical holding speed for transport category aircraft is 210 to 265 knots (491 km/h).

Viraje Estacionario – VI (Speed Limits)

- Speed Limits
  - Maximum holding speeds are established to keep aircraft within the protected holding area during their one-minute (one-minute and a half above 14,000 ft MSL – Mean Sea Level) inbound and outbound legs.
  - For civil aircraft (not military) in the United States, these airspeeds are:
    - Up to 6,000 ft MSL: 200 KIAS
    - From 6,001 to 14,000 ft MSL: 230 KIAS
    - 14,001 ft MSL and above: 265 KIAS
  - The ICAO Maximum holding speeds:
    - Up to 14000 ft: 230kts
    - 14000 ft to 20000 ft: 240kts
    - 20000 ft to 34000 ft: 265kts
    - Above 34000 ft: M0.83
  - With their higher performance characteristics, military aircraft have higher holding speed limits.

Viraje Estacionario – VII (Speed Limits)

- Speed Limits (cont)
  - In Canada the speeds are:
    - All propeller including turboprop aircraft :
      - Minimum Holding Altitude (MHA) to 30,000 ft (9,100 m): 175 kn (324 km/h; 201 mph)
    - Civilian Jet
      - MHA to 14,000 ft (4,300 m): 230 kn (426 km/h; 265 mph)
    - Above 14000 ft: 265 kn (491 km/h; 305 mph)
    - Climbing during the hold:turboprop - normal climb speed
    - Jet aircraft - 310 kn (574 km/h; 357 mph) maximum

Bibliografía

- Aircraft Design: a conceptual approach, D.P. Raymer, AIAA Education Series, 2006.
- Dynamics of Flight, Stability and Control, 3rd Ed., B. Etkin y L.D. Reid, John Wiley & Sons, 1996.
- Synthesis of subsonic airplane design, E. Torenbeek, Springer, 1982
- Airplane Design, J. Roskam, Darcorporation, 1989
- Nicolai, L.M. Carichner, G.E. Fundamentals of Aircraft and Airship Design: Vol 1, 2010
- Aircraft Performance and Design – John D. Anderson.
- Airplane Aerodynamics and Performance, Dr. Jan Roskam and Dr. Chuan-Tau Edward Lan.
- Transporte Aéreo – Actuaciones del Avión – S. Pindao – ETSIA